

## THESIS / THÈSE

### MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

#### Contribution à l'évaluation des performances d'algorithmes d'accès à des bases de données

Kerstenne, Anne

*Award date:*  
1983

*Awarding institution:*  
Universite de Namur

[Link to publication](#)

#### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

#### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

**FACULTES UNIVERSITAIRES  
NOTRE-DAME DE LA PAIX — NAMUR  
INSTITUT D'INFORMATIQUE**

# **Contribution à l'évaluation des performances d'algorithmes d'accès à des bases de données**

Mémoire présenté par

**Anne KERSTENNE**

en vue de l'obtention du diplôme de  
licenciée et maître en informatique

Année académique 1981-1982

CONTRIBUTION A L'EVALUATION  
DES PERFORMANCES D'ALGORITHMES  
D'ACCES A UNE BASE DE DONNEES.

---

Promoteur:

J.L. HAINAUT

Nous remercions vivement  
Monsieur HAINAUT pour l'aide  
précieuse qu'il nous a apportée  
au cours de ce travail.

# T A B L E   D E S   M A T I E R E S

	<u>page</u>
1 - Introduction	1
1.1 Objet	1
1.2 Limites	4
2 - Recherche des types de fonctions statistiques	11
2.1 Fonction réelle	11
2.2 Fonctions classiques de probabilité	12
2.3 Insuffisance de ces fonctions	14
2.4 Fonctions de type exponentiel	16
2.5 Cas $J = 1$ et $J = 2$	19
3 - Algorithmes de calcul	20
3.1 Implémentation des formules contenant $F(k)$	20
3.2 Emploi des expressions paramétrées	23
3.3 Critère d'appartenance	28
4 - Catalogue et modes d'emploi	31
4.1 Catalogue des fonctions $F$	31
4.2 Mode d'emploi des fonctions $F$	35
4.3 Mode d'emploi pour un objet élémentaire	38
5 - Base de données des statistiques	40
5.1 Introduction	40
5.2 Définitions	41
5.3 Contraintes d'intégrité	45
6 - Spécification du package	48
6.1 Points d'entrée	48
6.2 Spécifications	48
7 - Architecture	55
7.1 Hiérarchisation et modularisation	55
7.2 Spécification des modules	56



## Table des matières (suite)

	<u>page</u>
8 - Algorithmes	67
8.1 Modules d'entrée	67
8.2 Module somme	77
8.3 Module fonction F	86
8.4 Module pi	98
8.5 Module $C_m^n$	99
8.6 Module valeur d'item	100
8.7 Module statistique	102
8.8 Module classe	102
9 - Conclusion	103
 Bibliographie	 104
 Annexe I - Résultats de calculs	 A I / 1
Annexe II- Liste des formules implémentées	A II / 1
Annexe III - Schéma conceptuel des données	A III/ 1
Annexe IV - Architecture	A IV / 1
Annexe V - Programmes	A V / 1

---

## I - INTRODUCTION

### 1.1 - Objet.

Ce travail s'insère dans le cadre de l'élaboration d'un outil d'aide à la conception de systèmes d'information et plus particulièrement du projet I S D O S. Dans cette perspective il est apparu indispensable de chercher à évaluer les performances des différents algorithmes d'accès possibles à la base de données en vue de les optimiser à un stade ultérieur.

Ce projet I S D O S s'appuie sur la représentation en trois niveaux de conception du cycle de vie d'un projet informatique:

- le niveau conceptuel qui fournit les spécifications des données et des traitements indépendamment des moyens de réalisation,
- le niveau logique qui prend en compte les caractéristiques logiques de ces moyens,

- le niveau physique qui tient compte des caractéristiques physiques de ces moyens.

Le présent travail s'inscrit par conséquent dans le niveau logique.

Son but est d'évaluer les performances des algorithmes d'accès: ces algorithmes peuvent être abstraits, en rapport avec le schéma des accès possibles, ou concrets, relatifs au schéma des accès logiques, ou, éventuellement, réels, se référant au schéma des accès logiques du S.G.B.D.

Ce mémoire se réalisera au départ de:

- a - la description des algorithmes d'accès,
- b - la description statistique de la base de données.

#### - Description des algorithmes d'accès

Il sera fait usage d'un langage particulier de description: A.D.L. (access algorithms description language) qui peut être décrit comme un langage de programmation au moyen duquel des collections d'occurrences de types d'objets sont décrites et les opérations ordonnées.

#### - Description statistique de la base de données

La structure d'accès est considérée comme une structure binaire. Sa modélisation se base sur les notions d'objets et de relations.



Un objet représente un type d'unités d'information enregistrées: les objets élémentaires correspondent à des informations représentées par une valeur (nom, âge, ...), les objets complexes correspondent à des unités d'informations plus complexes décrites par leurs associations avec d'autres objets.

Une relation est associée au mécanisme permettant d'accéder, à partir d'une réalisation d'un objet, à des réalisations d'un objet identique ou différent.

A un objet complexe  $A$ , est associé le nombre  $N_A$  de ses réalisations.

A une relation  $R(A, B)$  sont associés quatre nombres entiers  $I_{RA}$ ,  $J_{RA}$ ,  $I_{RB}$ , et  $J_{RB}$ , tels que, à tout instant, le nombre des réalisations de  $B$  accessibles à partir d'une réalisation de  $A$  soit compris entre  $I_{RA}$  et  $J_{RA}$  ;  
pour tout  $a \in A$ ,  $I_{RA} \leq |R(a)| \leq J_{RA}$

et le nombre de réalisations de  $A$  accessibles à partir d'une réalisation de  $B$  soit compris entre  $I_{RB}$  et  $J_{RB}$  :  
pour tout  $b \in B$ ,  $I_{RB} \leq |R(b)| \leq J_{RB}$

D'autre part, une réalisation est décrite par deux fonctions  $F_{RA}(k)$  et  $F_{RB}(k)$  telles que  
pour tout  $k$  :  $I_{RA} \leq k \leq J_{RA}$



$F_{RA}(k)$  est égal à la proportion des réalisations de A participant à exactement k occurrences de R,  
et symétriquement pour tout  $k : I_{RB} \leq k \leq J_{RB}$

$F_{RB}(k)$  est égal à la proportion des réalisations de B participant à exactement k occurrences de R.

Un objet élémentaire A est décrit par la relation R à laquelle il participe: à A est associé  $N_{AR}$ , le nombre de réalisations de A, et une fonction  $P_{AR}(a)$  telle que

pour tout  $a \in A$ ,  $P_{AR}(a)$  est égal à la proportion des occurrences de R dans lesquelles a apparaît.

Cette description statistique ne dépend que des propriétés des données et peut, par conséquent, être évaluée avant toute réalisation.

## 1.2 - Limites.

La présente recherche constitue le prolongement du travail important qui élabore des formules de calcul et a été réalisé par M. J.L. Hainaut.

Il s'agit donc d'un package destiné à implémenter ces formules. Cela implique la création d'une base de données contenant les propriétés des objets et des relations utilisés

par les algorithmes à évaluer, ainsi que leur description statistique. Il existe, pour le projet ISDOS, une base de données décrivant ces objets et ces relations. A cela il faut ajouter une structure de données contenant les informations statistiques. (voir chapitre 5.)

Aucun module d'accès à cette base de données ne sera développé ici.

Les formules implémentées sont reprises à l'annexe 1, elles se rapportent aux points suivants:

#### 1.2.1 - Probabilité d'un critère de relation

L'expression d'un critère de relation à cardinal est donnée par

$$( r : < K > B(C_B) )$$

où B est un objet,

r est le nom d'une relation d'un objet A vers un objet B, caractérisée par  $I_r$ ,  $J_r$

$< K >$  est un "cardinal" i-j où i et j sont deux entiers tels que  $0 \leq i \leq j \leq J_r$

$C_B$  est une condition portant sur les occurrences de B et ayant une probabilité p.

La probabilité de cette expression est la probabilité que, parmi les occurrences de B accédées par r à partir de A, entre i et j occurrences vérifient la condition  $C_B$ .



$\langle K \rangle$  peut prendre des valeurs particulières:

$i -$  : au moins  $i$

$j +$  : au plus  $j$

TS : toutes les occurrences.

L'expression d'un critère de relation à ordinal est donnée par

$$(r : \langle 0 \rangle B (C_B))$$

où  $B$ ,  $r$ , et  $C_B$  ont la même signification que ci-dessus,

$\langle 0 \rangle$  est un "ordinal"  $iE - jE$  où  $i$  et  $j$  sont deux entiers tels que  $0 \leq i \leq j \leq J_r$ .

La probabilité de cette expression est la probabilité que, parmi les occurrences de  $B$  accédées par  $r$  à partir de  $A$ , celles de rang compris entre  $i$  et  $j$  vérifient toutes la condition  $C_B$ .

$\langle 0 \rangle$  peut prendre les valeurs particulières:

$iE - DE$  : du  $i^{\text{ème}}$  au dernier,

$DE$  : le dernier.

Les probabilités de ces critères seront calculées pour tous les cas. Pour cela la probabilité  $p$  de la condition doit être connue.

### 1.2.2 - Probabilité d'un critère d'appartenance.

La forme générale d'un critère d'appartenance est  $op E$  où  $op$  est un opérateur égal à  $=$  (appartient) ou  $\neq$  (n'appartient pas) et  $E$  une collection de réalisations d'objet.

Nous ne considérerons ici que le cas où la collection E est constituée d'une seule valeur.

Pour un objet élémentaire nous calculerons, en plus, la probabilité qu'une de ses occurrences soit

$$\leq j, < j, > i, \geq i, \in [i, j] ,$$

i et j étant des valeurs du même type que l'objet.

### 1.2.3 - Calcul du coût d'une boucle d'accès.

Une boucle d'accès s'exprime par:

$$[r : < O / TS > B (C_B) S]$$

où r est le nom de la relation de l'objet A vers

l'objet B ,

B, l'objet cible ,

$C_B$ ; une condition portant sur B ,

S, une séquence d'action,

$< O >$ , un ordinal :  $i_E - j_E$  ,

et  $< TS >$  , signifie "tous".

ce qui correspond à exécuter S , soit pour toutes les réalisations de B, soit pour les occurrences de B de rang compris entre i et j accédées par r à partir de A et vérifiant la condition  $C_B$  .

Les formules ne concernent que le cas où l'objet A , origine de la relation, est un objet complexe.



Nous calculerons deux valeurs :

$m'_r$  , nombre moyen de réalisations de B sélectionnées par la boucle et soumises à la séquence S ,

et

$m''_r$  , nombre moyen d'accès à réaliser pour une origine de r.

Ces calculs seront faits dans deux cas:

- le cas d'une boucle ne comprenant pas d'ordre "next" et "exit" ,
- le cas d'une boucle contenant un ordre "next" et/ou "exit" relatif à cette boucle.

Nous considérons connues la probabilité de la condition et éventuellement la probabilité d'exécution d'un ordre "next". Nous devons envisager également l'existence, ou non, d'un compteur de cibles.

#### 1.2.4 Nombre d'éléments distincts dans une collection.

Considérons une relation  $r(A,B)$  . Le problème est le suivant: étant donné un ensemble  $A^*$  de réalisations de A , combien d'éléments distincts contiendra la collection de réalisations de B constituée par l'exécution d'une boucle d'accès opérant à partir de  $A^*$  .

Nous calculerons la proportion des réalisations distinctes de B appartenant à cette collection.

Nous devons connaître, en plus des valeurs relatives aux calculs associés à une boucle d'accès, la probabilité qu'une occurrence de A appartienne à l'ensemble  $A^*$  .

#### 1.2.5 - Nombre de références distinctes dans une variable de travail.

Nous envisagerons le cas où, dans une séquence, se trouve un ordre "clear" suivi de une ou plusieurs affectations et/ou une ou plusieurs boucles contenant des ordres d'affectations mais pas d'ordre "clear" et éventuellement des ordres "clear" non soumis à un "if".

Dans ce cas nous calculerons la probabilité qu'une occurrence de B soit contenue dans la variable, en supposant connue la probabilité d'appartenance à la variable après l'affectation précédente (cette probabilité est nulle avant la première affectation).

#### 1.2.6 - Coût d'une condition.

Nous admettons l'hypothèse que les critères constitutifs de la condition sont indépendants l'un de l'autre et indépendants des accès.

##### - Critère d'appartenance:

Rappelons que nous ne considérons que l'appartenance à une collection désignée explicitement par une valeur. Dans ce cas, l'évaluation se fait par des comparaisons en mémoire centrale. Le coût peut par conséquent être considéré comme nul.



- Critère de relation:

Nous calculerons deux valeurs:

$m_1$  : le nombre moyen d'accès à effectuer pour vérifier le critère,

$m_2$  : le nombre moyen de cas où la condition sera évaluée.

Nous n'envisagerons que le cas où l'évaluation de la condition  $C_B$  est effectuée après l'accès à une réalisation et indépendamment de lui.

Il est nécessaire de prendre en compte l'existence, ou non, d'un compteur de cibles et de connaître la probabilité de la condition  $C_B$ .

## 2 - RECHERCHE DES TYPES DE FONCTIONS STATISTIQUES

Dans ce chapitre nous considérons une relation  $R(A, B)$  entre un objet  $A$ , objet origine et un objet  $B$ , objet cible. Nous avons défini précédemment la fonction  $F(k)$  associée à cette relation comme étant la fonction qui, à une valeur de  $k$  comprise entre  $I$  et  $J$ , associe la proportion des objets  $A$  reliés par  $R$  à  $k$  objets  $B$ , et qui est nulle par  $k$  inférieur à  $I$  ou supérieur à  $J$ .

Les formules de calculs sont basées sur la connaissance de cette fonction. Nous allons distinguer plusieurs cas.

### 2.1 - Fonction réelle.

La fonction  $F(k)$  est connue par ses valeurs pour tout  $k$  compris entre  $I$  et  $J$ . Si l'intervalle  $I, J$  est grand, les valeurs de  $F(k)$  peuvent être connues par classes de longueurs fixes ou variables.

Ce cas est le plus favorable et donne des résultats plus précis mais il peut s'avérer difficile de déterminer



avec exactitude les valeurs de la fonction.

## 2.2 - Fonctions classiques de probabilités.

Si la fonction  $F(k)$  ne peut être donnée avec précision la première possibilité est de se servir des fonctions élémentaires de probabilité. Cela suppose que l'utilisateur soit capable de distinguer l'allure générale de la fonction.

### 2.2.1 - Fonction uniforme. *discrète*

La fonction  $F(k)$  est donnée par

pour tout  $k \in [I, J]$ ,  $F(k) = p$ .

où  $p$  est le paramètre de la fonction.

La formule

$$\sum_{k=I}^J F(k) = 1.$$

peut permettre de déterminer  $p$  en fonction de  $I$  et de  $J$

$$p = \frac{1}{J - I + 1}$$

Mais on peut déterminer à partir d'autres données:

$J$  et  $F(0)$  si  $I = 0$

ou la moyenne  $m$  de  $F$  si  $I = 1$  ou  $I = 0$

?

*calculer*

*probabilités en restriction*

### 2.2.2 - Fonction de Poisson.

Nous avons alors :

$$\text{pour tout } k \geq 0, \quad F(k) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}$$

où  $m$  est la moyenne de la fonction  $F$ .

Cela implique  $I = 0$  et  $J = \infty$ . Seule la moyenne  $m$  doit être connue.

Nous obtenons ainsi une fonction définie dans  $[0, +\infty[$ , et ayant un maximum pour  $k$  égal à la partie entière de  $m$ . ou  $(m+1)$

### 2.2.3 - Fonction binomiale.

La fonction est donnée par:

$$\text{pour tout } k \in [I, J], \quad F(k) = C_J^k p^k (1-p)^{J-k}$$

où  $p$  est un paramètre tel que la moyenne  $m = pJ$

La moyenne étant en général une donnée plus facile à évaluer, nous la supposerons connue et nous en déduirons  $p$  par

$$p = \frac{m}{J}$$

Nous obtenons dans ce cas une fonction définie dans  $[0, J]$  et ayant une valeur maximale pour  $k$  égal à partie entière de  $(m \cdot (J+1) / J)$ .

#### 2.2.4 - Fonction géométrique.

Cette fonction peut être définie de deux façons différentes selon que  $I = 0$  ou  $1$ .

- si  $I = 0$

$$\text{pour tout } k \geq 0 \quad F(k) = p(1-p)^k$$

où le paramètre  $p$  est donné par la relation

$$m = \frac{1-p}{p}$$

c'est à dire

$$p = 1 / (1 + m) ;$$

- si  $I = 1$

$$\text{pour tout } k > 0 \quad F(k) = p(1-p)^{k-1}$$

où le paramètre  $p$  vérifie

$$m = \frac{1}{p} \quad \text{d'où} \quad p = \frac{1}{m}$$

Nous obtenons ainsi une fonction définie dans

$$[0, +\infty[ \quad \text{ou} \quad [1, +\infty[$$

et uniformément décroissante.

#### 2.3 - Insuffisance de ces fonctions.

Il est apparu que les fonctions précédentes (2.2) ne suffisent pas à approcher toutes les fonctions  $F$ .

En effet, considérons une base de données particulière dont la description statistique est connue: celle des FNDP.



Les résultats des calculs dont il est question ci-après figurent à l'annexe I .

Pour une relation  $k$  , la fonction  $F$  réelle étant connue, il est possible de calculer la valeur exacte de

- la probabilité  $p_1$  de  $(r : TS \ B(C_B))$  ,
- la probabilité  $p_2$  de  $(r : 1 - B(C_B))$  ,
- la probabilité  $p_3$  de  $(r : iE \ B(C_B))$  .

à partir des formules reprises en annexe II .

Si on essaye d'approcher cette fonction  $F$  par les fonctions de Poisson, géométrique, binomiale ou uniforme, il apparaît que l'erreur relative due à l'approximation de  $p_1$  ,  $p_2$  ,  $p_3$  , par  $p'_1$  ,  $p'_2$  ,  $p'_3$  , peut être très importante.

D'autre part, on peut remarquer que la meilleure de ces approximations est obtenue par la fonction définie dans  $[0, J]$  , uniforme dans  $[1, J]$  ,  $F(0)$  ayant sa valeur réelle. Or , pour  $k > 0$  , cette fonction a des valeurs très différentes de celles de la fonction réelle. Le simple fait de tenir compte de  $F(0)$  nous fournit une meilleure approximation. Il semble donc raisonnable d'essayer de trouver une fonction pour laquelle  $F(0)$  et la moyenne  $m$  de  $F$  sont connues et qui se rapproche de la fonction réelle. Ces deux valeurs sont en effet plus faciles à déterminer que la fonction réelle et peuvent être demandées à l'utilisateur .



Dans les exemples considérés la fonction réelle est décroissante ce qui amène à choisir une fonction approchée de type exponentiel.

#### 2.4 - Fonctions de type exponentiel.

##### 2.4.1 - Fonction décroissante.

La fonction qui approche le mieux les fonctions réelles choisies est du type :

$$\text{pour tout } k \in [1, J] \quad F(k) = a e^{-bk}$$

où  $a$  et  $b$  sont deux paramètres qui peuvent être déterminés par les égalités :

$$\sum_{k=1}^J F(k) = 1 - F(0) \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^J k F(k) = m \quad (2)$$

$F(0)$  et  $m$  étant connus .

Les valeurs de  $a$  et  $b$  sont données par les équations

$$\begin{aligned} (m - f) (e^b)^{J+1} - m (e^b)^J - (m - (J + 1) f) e^b \\ + m - J f = 0 \end{aligned}$$

et

$$a = \frac{f (e^b - 1) e^{bJ}}{e^{bJ} - 1}$$

où  $f = 1 - F(0)$ .

Cette fonction fournit la meilleure approximation  $p'1$ ,  $p'2$ ,  $p'3$  de  $p1$ ,  $p2$ ,  $p3$ . (voir annexe I). Elle fournit également une approximation satisfaisante pour les calculs de

- la probabilité de ( $r : iE - jE B (C_B)$ ),
  - $m'$  et  $m''$  pour la boucle  $[r : iE - jE B S]$
- (voir annexe I).

#### 2.4.2 - Fonctions ayant un maximum.

Les relations choisies nous ont fourni des fonctions  $F(k)$  décroissantes mais il peut exister des fonctions ayant un maximum pour une valeur connue de  $k : k_0$ . Nous distinguerons deux cas:

- 1) la valeur de  $F$  en  $k_0$  est nettement supérieure aux valeurs de  $F$  en  $k \neq k_0$ . Dans ce cas nous choisirons la fonction  $F$  telle que

$$\text{pour tout } k \in [1, J] \quad F(k) = a e^{-b |k - k_0|}$$

où  $a$  et  $b$  sont deux paramètres déterminés par les égalités (1) et (2) figurant en 2.4.1. Si on pose  $f = 1 - F(0)$ , les équations deviennent :

$$a = \frac{f e^{bJ} (e^b - 1)}{e^{bJ} - 1}$$

et

$$\begin{aligned}
 & (m - k_0 f) (e^b)^{J+1} - (m - k_0 f) (e^b)^{J-1} \\
 & - m (e^b)^{J+1-k_0} + (m - f) (e^b)^{J-k_0} \\
 & - (m - (J+1)f) (e^b)^{k_0} + (m - Jf) (e^b)^{k_0-1} \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

2) Dans les autres cas on choisira la fonction  $F$  telle que

$$\text{pour tout } k \in [1, k_0] \quad F(k) = a(1 - e^{-bk})$$

et

$$\text{pour tout } k \in [k_0, J]$$

$$F(k) = a(1 - e^{bk_0}) e^{-b(k - k_0)}$$

où les paramètres  $a$  et  $b$  déterminés à partir des égalités (1) et (2) sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 & k_0 (2m - (k_0 + 1)f) (e^b)^{J+2} \\
 & - 2k_0 (2m - k_0 f) (e^b)^{J+1} \\
 & + k_0 (2m - (k_0 - 1)f) (e^b)^J \\
 & - 2(m - (J+1)f) (e^b)^{k_0+1} \\
 & + 2(m - Jf) (e^b)^{k_0} \\
 & + 2(m - (J+1)f) e^b \\
 & - 2(m - Jf) = 0
 \end{aligned}$$

et

$$a = \frac{f e^{bJ} (e^b - 1)}{k_0 e^{bJ} (e^b - 1) + 1 - e^{bk_0}}$$

$$\text{où } f = 1 - F(0)$$



Dans le but de ne pas rendre le choix difficile à l'utilisateur nous éviterons de multiplier les formules et nous nous contenterons des fonctions ci - dessus .

### 2.5 - Cas où $J = 1$ et $J = 2$ .

Dans ces deux cas il peut y avoir une simplification.

1)  $J = 1$

Les égalités (1) et (2) deviennent :

$$F(1) = 1 - F(0) \quad (1')$$

$$F(1) = m \quad (2')$$

ce qui nous permet de connaître la fonction  $F$  si on connaît uniquement  $m$  ou  $F(0)$

2)  $J = 2$

Les égalités (1) et (2) donnent :

$$F(1) + F(2) = 1 - F(0)$$

$$F(1) + 2F(2) = m$$

d'où

$$F(1) = 2(1 - F(0)) - m$$

$$F(2) = m - 1 + F(0)$$

Si on connaît  $m$  et  $F(0)$  la fonction est ainsi parfaitement définie.

Les valeurs  $F(1)$  et  $F(2)$  sont des valeurs de probabilité et doivent par conséquent être comprises entre 0 et 1 ce qui entraîne la condition

$$1 - F(0) \leq m \leq 2(1 - F(0))$$

portant sur  $m$  et  $F(0)$

### 3 - ALGORITHMES DE CALCUL

#### 3.1 - Implémentation des formules comprenant $F(k)$ .

La liste de ces formules est reprise en annexe II .

Il apparait à l'examen que certaines expressions se retrouvent dans des formules différentes, seuls les indices de sommation étant différents. Il est par conséquent utile de paramétrer ces expressions ce qui nous donne les sommes suivantes où nous poserons

$$a = \inf(k, y) \text{ et } b = \inf(1, y),$$

$$\text{somf1}(x, y) = \sum_{k=x}^J F(k) \sum_{l=x}^a \prod(k, l)$$

$$\text{somf2}(x, y) = \sum_{k=x}^y F(k)$$

$$\text{somf3}(x, y) = \sum_{k=x}^J F(k) \prod(a - x + 1, a - x + 1)$$

$$\text{somf4}(x, y) = \sum_{k=x}^J F(k) \sum_{l=x}^k (b - x + 1) \prod(k, l)$$

$$\text{somf5} (x, y) = \sum_{k=x}^J F(k) (a - x + 1)$$

$$\text{somf6} (x, y) = \sum_{k=x}^y k F(k)$$

$$\begin{aligned} \text{somf7} (x, y) = & \sum_{k=x+1}^y F(k) \left( k \sum_{l=0}^{x-1} \pi(k, l) \right. \\ & \left. + x(k+1) \sum_{l=x}^k \frac{\pi(k, l)}{l+1} \right) \end{aligned}$$

$$\text{somf8} = \sum_{k=2}^J F(k) \sum_{l=1}^k \pi(k, l) \left( 1 - \frac{l(k+1)}{l+1} \right)$$

$$\text{somf9} (y) = \frac{1}{(1 - p_N)} \sum_{k=0}^J F(k) \sum_{l=0}^k \pi(k, l) p_N^b$$

$$\begin{aligned} \text{somf10} (x, y) = & \frac{1}{(1 - p_N)} \sum_{k=x}^J F(k) \sum_{l=x}^k \pi(k, l) \\ & (1 - p_N^b - x + 1) \end{aligned}$$

$$\text{somf11} (x, y) = \frac{1}{(1 - p_N)} \sum_{k=x}^J F(k) (1 - p_N^a - x + 1)$$

$$\text{somf12} = \frac{1}{(1 - p_N)} \left( 1 - \sum_{k=0}^J F(k) p_N^k \right)$$



$$\begin{aligned}
\text{somf13 } (x, y) &= \sum_{k=x}^J F(k) \left( k \sum_{l=0}^{x-1} \pi(k, l) \right. \\
&+ \sum_{l=x}^a \frac{\pi(k, l)}{l+1} \left( (k+1) \left( x-1 + \frac{1}{1-p_N} \right) \right. \\
&- \left. \left( 1 - \frac{1+kp_N}{1-p_N} \right) p_N^{l-x+1} \right) \\
&+ \left. \left( k+1 \right) \left( x-1 + \frac{1-p_N^y - x+1}{1-p_N} \right) \sum_{l=y+1}^k \frac{\pi(k, l)}{l+1} \right)
\end{aligned}$$

$$\text{somf14 } (y) = y+1 - \sum_{k=0}^y (y+1-k) F(k)$$

$$\begin{aligned}
\text{somf15 } (x, y, z) &= \sum_{k=x}^J F(k) \left( z \right. \\
&+ \sum_{l=0}^{a-x} \pi(a-x+1, l) \frac{a-x+2}{a-x+2-l} \\
&+ \left. (a-x+1) \pi(a-x+1, a-x+1) \right)
\end{aligned}$$

$$\text{somf16 } (x, y) = \sum_{k=x}^J F(k) \left( x-1 + \frac{1-p_N^{a-x+1}}{1-p_N} \right)$$

Ces seize sommes font également apparaître l'utilité

de calculer séparément

$$\text{somp1 } (x, y, k) = \sum_{l=x}^y \pi(k, l)$$

$$\text{somp2 } (x, k) = \sum_{l=x}^k \frac{\pi(k, l)}{1 + 1}$$

Les calculs des différentes probabilités et moyennes se feront par utilisation de ces expressions avec les valeurs adéquates pour  $x$ ,  $y$  et éventuellement  $z$ . Ils seront indépendants du type de fonction choisi pour  $F$  qui n'interviendra que dans le calcul de  $F(k)$ .

### 3.2 - Emploi des expressions paramétrées.

#### 3.2.1 - Probabilité d'un critère de relation à cardinal .

a )  $p \neq 1$

$i - j$	$pr = \text{somf1}(i, j)$
$i -$	$pr = 1 - \text{somf1}(0, i - 1)$
$j +$	$pr = \text{somf1}(0, j)$
TS	$pr = \text{somf3}(1, J)$

b )  $p = 1$

$i - j$	$pr = \text{somf2}(i, j)$
$i -$	$pr = 1 - \text{somf2}(0, i - 1)$
$j +$	$pr = \text{somf2}(0, j)$
TS	$pr = 1 - F(0)$

### 3.2.2 - Probabilité d'un critère de relation à ordinal.

$i E - j E$	$pr = \text{somf3} ( i , j )$
$i E$	$pr = p ( 1 - \text{somf2} ( 0 , i - 1 ) )$
$i E$	$pr = p ( 1 - F ( 0 ) )$
$D E$	$pr = p ( 1 - F ( 0 ) )$
$i E - D E$	$pr = \text{somf3} ( i , J )$

### 3.2.3 - Boucle d'accès sans ordre "next" ni "exit".

a ) TS et  $i E - D E$        $m' = p m$   
     $m'' = m$

b )  $i E - j E$  , dans ce cas, en l'absence de formule particulière " DE " doit être remplacé par  $J E$  .

$p \neq 1$

$m' = \text{somf4} ( i , j )$

avec compteur :

$m'' = \text{somf6} ( i , j ) + \text{somf7} ( j , J )$

sans compteur :

$m'' = \text{somf6} ( i , j ) + \text{somf7} ( j , J )$

$p = 1$

$m' = \text{somf5} ( i , j )$

avec compteur :

$m'' = \text{somf6} ( i , j ) + j \text{somf2} ( j + 1 , J )$

sans compteur :

$m'' = \text{somf6} ( i , j ) + j \text{somf2} ( j + 1 , J )$



- c ) 1 E                      p  $\neq$  1  
                                 m'' = m + somf8
- d ) 1 E - D E                sans compteur  
                                 m'' = m

### 3.2.4 - Boucle d'accès avec ordre "next" et "exit".

- a ) T S et 1 E - D E  
       p  $\neq$  1
- $$m' = \frac{1}{1 - p_N} - \text{somf9} (J)$$
- $$m'' = \text{somf13} (1, J)$$
- p = 1
- $$m' = m'' = \text{somf12}$$
- b ) 1 E - j E                (ici aussi DE = JE )  
       p  $\neq$  1
- $$m' = \text{somf10} (1, j)$$
- avec compteur :
- $$m'' = \text{somf13} (1, j)$$
- sans compteur :
- $$m'' = \text{somf13} (1, j) + \text{somf6} (1, 1 - 1)$$
- p = 1
- $$m' = \text{somf11} (1, j)$$
- sans compteur :
- $$m'' = \text{somf16} (1, j) + \text{somf6} (1, 1 - 1)$$
- avec compteur :
- $$m'' = \text{somf16} (1, j) .$$

### 3.2.5 - Coût d'évaluation d'un critère de relation à cardinal.

a )  $i - j$

$p \neq 1$

avec compteur:

$$m_1 = m_2 = \text{somf7} ( i - 1 , j ) + \text{somf7} ( j , J )$$

sans compteur :

$$m_1 = m_2 = \text{somf6} ( 1 , j ) + \text{somf7} ( j , J )$$

$p = 1$

avec compteur :

$$m_1 = m_2 = 0$$

sans compteur :

$$m_1 = m_2 = \text{somf14} ( j )$$

b )  $i -$

$p \neq 1$

avec compteur :

$$m_1 = m_2 = \text{somf7} ( i - 1 , J )$$

sans compteur :

$$m_1 = m_2 = \text{somf6} ( j , i - 1 ) + \text{somf7} ( i - 1 , J )$$

$p = 1$

sans compteur :

$$m_1 = m_2 = \text{somf14} ( i - 1 )$$

c )  $j +$

$p \neq 1$

avec compteur :

$$m_1 = m_2 = \text{somf7} ( j , J )$$

d ) T S

p  $\neq$  1

$$m_1 = m_2 = \text{somf15} ( 1 , J , 0 )$$

p = 1

$$m_1 = m_2 = \text{somf14} ( J )$$

e ) i - i

p  $\neq$  1

avec compteur :

$$m_1 = m_2 = i F (i) + \text{somf7} ( j , J )$$

### 3.2.6 - Coût d'évaluation d'un critère de relation à ordinal.

a ) i E = j E (où DE = JE)

$$m_2 = \text{somf15} ( i , j , 0 )$$

avec compteur :

$$m_1 = \text{somf15} ( i , j , i - 1 )$$

sans compteur :

$$m_1 = \text{somf6} ( 1 , i - 1 ) + \text{somf15} ( i, j, i-1 )$$

b ) D E

$$m_1 = m$$

$$m_2 = 1 - F (0)$$

c ) i E

$$m_2 = \text{somf2} ( i , J )$$

avec compteur :

$$m_1 = i m_2$$

sans compteur :

$$m_1 = i m_2 + \text{somf6} ( 1 , i - 1 )$$



### 3.2.7 - Nombre d'éléments dans une collection.

$$p ( = B^* ) = 1 - \text{somf1} ( 0 , 0 )$$

### 3.3 - Critère d'appartenance.

#### 3.3.1 - Objet élémentaire.

Dans le cas d'un objet élémentaire  $B$  dont les occurrences sont du type réel, entier ou alphanumérique, nous considérons, pour la collection  $E$ , les cas  $= T$ ,  $\neq T$ ,  $< T$ ,  $\leq T$ ,  $> T$ ,  $\geq T$ ,  $\in [T, T']$  où  $T$  et  $T'$  sont des valeurs de type réel, entier ou alphanumérique. Il faut par conséquent définir, pour une relation entre un objet origine et un objet cible élémentaire, la proportion  $Pr(b)$  des occurrences de la relation dans lesquelles la valeur  $b$  de  $B$  apparaît.

Nous distinguerons quatre types :

- a ) Les valeurs sont réelles et comprises entre  $I$  et  $J$ , nombres réels. Dans ce cas les proportions devront être définies par classes, le nombre de valeurs possibles étant infini.
- b ) Les valeurs sont entières et comprises entre  $I$  et  $J$ , entiers. Alors les proportions peuvent être données soit pour chaque valeur comprise entre  $I$  et  $J$ , soit pour chaque classe de valeurs si  $[I, J]$  est partagé en classes.

- c ) Les valeurs sont alphanumériques de longueur  $n$  et comprises entre  $I$  et  $J$ , chaîne de caractères de longueur  $n$ . Dans ce cas les proportions sont données soit pour chaque valeur comprise entre  $I$  et  $J$ , soit pour chaque classe si l'ensemble des valeurs est partagé en classes.
- d ) Les valeurs sont de type alphanumérique ou entier mais ne prennent qu'un nombre limité de valeurs non consécutives. Citons comme exemples: un item sexe, un item couleur, un item pays ... . Pour chacune de ces valeurs on donnera la proportion.

A partir de là nous obtiendrons la probabilité cherchée comme suit:

$$\begin{aligned}
 1) \quad p(=T) &= \Pr(T) \\
 2) \quad p(\neq T) &= 1 - \Pr(T) \\
 3) \quad p(<T) &= \sum_{b \in [I, T[} \Pr(b) \\
 4) \quad p(\leq T) &= \sum_{b \in [I, T]} \Pr(b) \\
 5) \quad p(>T) &= \sum_{b \in ]T, J]} \Pr(b) \\
 6) \quad p(\geq T) &= \sum_{b \in [T, J]} \Pr(b) \\
 7) \quad p(\in [T, T']) &= \sum_{b \in [T, T']} \Pr(b)
 \end{aligned}$$

Remarquons que dans le cas d'un objet dont les occurrences sont de type réel, la probabilité de l'égalité ne peut être

définie, il faut donc remplacer  $p(=a)$   
 par  $p(\in [a - \xi, a + \xi])$

### 3.3.2 - Objet complexe.

Dans ce cas nous ne pouvons calculer que  $p(=a)$ ,  
 $p(\neq a)$  où  $a$  est une occurrence de  $A$ , et on a

$$p(\neq a) = 1 - p(a)$$

Nous ne pouvons, ici, définir de proportion. Nous aurons alors :

$$p(a) = \frac{1}{N_A}$$



## 4 - CATALOGUE ET MODES D'EMPLOI

### 4.1 - Catalogue des fonctions F.

#### 4.1.1 - Fonction réelle.

Si on partage l'intervalle  $[I, J]$  en  $n$  classes on a

pour tout  $i : 1 \leq i \leq n$

$$F(k_i) = \Pr [k'_i \leq k \leq k_i]$$

pour tout  $i : 2 \leq i \leq n$

$$k'_i = k_{i-1} + 1$$

$$\text{et } k'_1 = I, \quad k_n = J.$$

La variable aléatoire  $k$  est égale au nombre d'occurrences de  $B$  reliées par  $R$  à une même occurrence de  $A$ .

#### 4.1.2 - Fonction binomiale.

On connaît les valeurs de  $m$  et de  $J$ . Si on pose

$$p = m / J$$

alors

$$F(k) = C_j^k p^k (1-p)^{J-k}$$

$$\text{pour tout } k \in [0, J]$$

4.1.3 - Fonction géométrique 0 .

On connaît la valeur de  $m$  . Si on pose :

$$p = 1 / (m + 1)$$

on a

$$F(k) = p (1 - p)^k$$

pour tout  $k \geq 0$  .

4.1.4 - Fonction géométrique 1 .

On connaît la valeur de  $m$  qui est supérieure à 1 .

Si on pose:

$$p = 1 / m$$

alors

$$F(k) = p (1 - p)^{k-1}$$

pour tout  $k \geq 1$  .

4.1.5 - Fonction de Poisson .

On connaît la valeur de  $m$  et on a

$$F(k) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}$$

pour tout  $k \geq 0$  .

4.1.6 - Fonction uniforme 1 .

On connaît la valeur de  $I$  et de  $J$  . Si on pose

$$p = \frac{1}{J - I + 1}$$

alors

$$F(k) = p$$

pour tout  $k \in [I, J]$

4.1.7 Fonction uniforme 2.

On connaît les valeurs de  $J$  et  $F(0)$ . Si on pose

$$p = (1 - F(0)) / J$$

alors

$$F(k) = p$$

$$\text{pour tout } k \in [1, J]$$

4.1.8 - Fonction uniforme 3.

On connaît la valeur de  $m$  et  $I = 0$ . Si on pose

$$p = 1 / (2m + 1)$$

on a

$$F(k) = p$$

$$\text{pour tout } k \in [0, J] \text{ avec } J = 2m$$

4.1.9 - Fonction uniforme 4.

On connaît la valeur de  $m$  et  $I = 1$ . Si on pose

$$p = 1 / (2m - 1)$$

alors

$$F(k) = p$$

$$\text{pour tout } k \in [1, J] \text{ avec } J = 2m - 1$$

4.1.10 - Fonction décroissante.

On connaît la valeur de  $m$ ,  $J$ , et  $F(0)$ . On a

$$F(k) = a e^{-bk}$$

$$\text{pour tout } k \in [1, J]$$

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont donnés par les équations se trouvant page 16 et page 17.



4.1.11 - Fonction à maximum 1.

On connaît les valeurs de  $m$ ,  $J$ ,  $F(0)$  et  $k_0$  valeur de  $k$  pour laquelle  $F$  est maximum. On a

$$F(k) = a e^{-b|k - k_0|}$$

pour tout  $k \in [1, J]$

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont donnés par les équations se trouvant page 17 et page 18.

4.1.12 - Fonction à maximum 2.

On connaît les valeurs de  $m$ ,  $J$ ,  $F(0)$  et  $k_0$ .

On a

$$F(k) = a (1 - e^{-bk})$$

pour tout  $k \in [1, k_0]$

et

$$F(k) = a (1 - e^{-bk_0}) e^{-b(k-k_0)}$$

pour tout  $k \in [k_0, J]$

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont donnés par les équations se trouvant page 18.

4.1.13 - Fonction pour laquelle  $J = 1$ .

On connaît

soit la valeur de  $m$ , d'où

$$F(0) = 1 - m$$

$$F(1) = m$$

soit la valeur de  $F(0)$ , d'où

$$F(1) = 1 - F(0)$$

#### 4.1.14 - Fonction pour laquelle $J = 2$ .

On connaît la valeur de  $m$  et de  $F(0)$  et on a

$$F(1) = 2(1 - F(0)) - m$$

$$F(2) = m - (1 - F(0)) .$$

#### 4.2 - Mode d'emploi des fonctions $F$ .

Pour choisir la fonction  $F$  , nous examinerons les cas suivants, dans l'ordre, tant que ne sera pas trouvée de fonction satisfaisante :

##### 4.2.1 - 1er cas : $J = 1$ .

Dans ce cas il faut évidemment choisir la fonction figurant en 4.1.13 et donner soit la valeur de  $m$  , soit celle de  $F(0)$  . Si on donne les deux valeurs elles doivent vérifier l'équation :

$$F(0) = 1 - m$$

##### 4.2.2 - 2ème cas : $F$ est connue.

Nous choisirons donc la fonction réelle (4.1.1.). Il faut donner les valeurs de  $I$ , de  $J$  et de  $m$  . Pour chaque valeur de  $F$  nous donnerons la limite supérieure de la classe  $k_1$  .

Dans le cas où la valeur de la fonction est connue pour tout  $k$  compris entre  $I$  et  $J$  , on a  $k_1 = k$  .

La limite supérieure  $k_n$  de la dernière classe doit être

égale à  $J$  . La fonction  $F$  doit évidemment vérifier

$$\sum_{k=I}^J F(k) = 1$$

$$\sum_{k=I}^J k F(k) = m$$

#### 4.2.3 - 3ème cas : $J = 2$ .

Nous choisirons la fonction figurant en 4.1.14 . Les données seront alors  $F(0)$  et  $m$  .

Ces deux valeurs doivent vérifier les inégalités :

$$1 - F(0) \leq m \leq 2(1 - F(0)) .$$

#### 4.2.4 - 4ème cas : $F$ est une fonction uniforme.

Nous choisirons la fonction d'après les valeurs qui peuvent être connues:  $I$  et  $J$  ;  $F(0)$  et  $J$  ;  $m$  si  $I = 0$  ;  $m$  si  $I = 1$  .

- a ) On connaît  $I$  et  $J$  : la fonction  $F$  est donnée en 4.1.6
- b ) Si la fonction est uniforme dans  $[1, J]$  et a une valeur connue  $F(0)$  en 0 , différente de sa valeur en  $k \neq 0$  , nous choisirons la fonction décrite en 4.1.7 . Les données sont par conséquent  $J$  et  $F(0)$  .
- c ) Si la moyenne  $m$  est connue, si  $I = 0$  , la fonction  $F$  est décrite en 4.1.8, par contre, si  $I = 1$  , la



fonction est décrite en 4.1.9 . Dans les deux cas, la seule donnée est la moyenne  $m$  .

#### 4.2.5 - 5ème cas : $F$ est une fonction classique.

Dans ce cas l'utilisateur est capable de déterminer que la fonction  $F$  est géométrique, binomiale ou de Poisson.

a ) Si la fonction est géométrique deux possibilités se présentent :

si  $I = 0$  la fonction est donnée en 4.1.3

si  $I = 1$  elle est décrite en 4.1.4

Dans les deux cas la seule donnée est la moyenne  $m$  .

b ) Si la fonction est binomiale (voir 4.1.2) les données sont  $m$  et  $J$  .

c ) Si la fonction est de Poisson, la seule valeur à fournir est la valeur de la moyenne. La fonction est décrite en 4.1.5 .

#### 4.2.6 - 6ème cas : $F$ est une fonction décroissante.

Nous choisirons alors la fonction décrite en 4.1.10 .

Il faudra fournir les valeurs de  $m$  ,  $J$  et  $F(0)$  .

#### 4.2.7 - 7ème cas : $F$ a un maximum.

Les données seront alors  $m$  ,  $J$  ,  $F(0)$  et  $k_0$ , valeur de  $k$  pour laquelle  $F(k)$  est maximum.

Si l'utilisateur estime que la valeur de la fonction  $F$  en  $k_0$  est nettement supérieure à la valeur de  $F$  en  $k$  dif-

férent de  $k_0$  il choisira la fonction décrite en 4.1.11 ,  
sinon, celle donnée en 4.1.12 .

#### 4.2.8 - Remarque.

Dans tous les cas l'utilisateur devra donner le type de la fonction choisie et le nombre  $N_B$  de cibles différentes existant dans le système.

#### 4.3 - Mode d'emploi pour un objet élémentaire.

Nous avons distingué quatre types de proportions (voir 3.3.1) . Si les valeurs sont de type réel, la fonction de proportion est obligatoirement donnée par classe. Pour les valeurs de types entier et alphanumérique comprises entre deux valeurs, elle peut être donnée par classe ou pour chaque valeur possible. Dans le cas de valeurs alphanumériques ayant un nombre limité de valeurs consécutives, elle est donnée pour chaque valeur.

##### 4.3.1 - Fonction de proportions donnée par classe.

Dans ce cas, pour chaque classe de valeurs, nous donnerons la limite maximale de la classe et la proportion pour cette classe. La première classe donnera la valeur minimale  $I$  et la proportion associée sera nulle.

##### 4.3.2 - Fonction de proportion inconnue .

Nous traiterons ce cas de la même manière qu'en 4.3.1 en

considérant l'intervalle  $I, J$  formé d'une seule classe.

Nous définirons deux classes :

- l'une donnant  $I$  et de proportion nulle ,
- l'autre donnant  $J$  et ayant une proportion égale à 1 .

#### 4.3.3 - Fonction de proportion donnée pour chaque valeur.

A chaque valeur  $a$  comprise entre  $I$  et  $J$  sera associée la proportion  $Pr(a)$



## 5 - BASE DE DONNEES DES STATISTIQUES

### 5.1 - Introduction

Dans le cadre du projet I S D O S , a été développé un schéma conceptuel des données reprenant, entr'autres, les notions de type d'article, de type de chemin et d'item et servant à décrire la base de données de l'utilisateur.

Ces notions peuvent être mises en correspondance avec celles de relation et d'objet décrites précédemment : un type de chemin correspond à une relation, un item élémentaire à un objet élémentaire, un item décomposable et un type d'article à un objet complexe ; de plus , l'attribution d'un item à un type d'article correspond aussi à une relation.

A ce schéma existant il faut ajouter la description statistique de la base de données de l'utilisateur.

Pour cela nous allons ajouter :

- 1 ) trois types d'entité :
  - le type d'article "statistic description" ,
  - le type d'article "segment" ,
  - le type d'article "proportion" .
- 2 ) cinq types d'association :
  - le type d'association "item description" entre

- "item" et "statistic description" ,
- le type d'association "path type description" entre "path type" et "statistic description" ,
- le type d'association "proportion function" entre "proportion" et "statistic description" ,
- le type d'association "direct function" entre "statistic description" et "segment" ,
- le type d'association "inverse function" entre "statistic description" et "segment" .

La représentation graphique se trouve en annexe III .

## 5.2 - Définitions.

### 5.2.1 - "Statistic description" .

Une entité de ce type décrit statistiquement une occurrence de "item" , c'est à dire une relation  $R(A,B)$  où  $B$  est un objet élémentaire, ou une occurrence de "path type" , c'est à dire d'une relation  $R(A,B)$  où  $A$  et  $B$  sont des objets complexes.

Elle se compose de trois groupes de propriétés :

- 1 ) "description de la fonction directe" décrivant statistiquement la relation  $R(A,B)$  :

Ce groupe contient

- type  $D$  : donnant le type de la fonction  $F(k)$  choisie.
- $m_D$  : donnant la moyenne de la fonction  $F$  .
- $F(0)_D$  : donnant la valeur de la fonction  $F$  en  $0$ .
- $k_0_D$  : donnant la valeur de  $k$  pour laquelle  $F(k)$  est maximum .



- par 1 D : donnant le 1er paramètre de la fonction F .  
Sa valeur est donnée dans le catalogue ( p ou  $e^b$  ou F (1) si  $J = 1$  ou 2 ).
  - par 2 D : donnant le 2ème paramètre de la fonction F .  
Il n'est nécessaire que pour les fonctions de type exponentiel ( paramètre a ) ou si  $J = 2$  , il est égal à F (2).
  - I D : donnant la valeur de I pour la fonction F .
  - J D : donnant la valeur de J pour la fonction F .
  - NC D : donnant le nombre d'objets B .
- 2 ) "description de la fonction inverse" décrivant statistiquement la relation inverse de  $R(A, B) : S(B, A)$ .  
Ce groupe se compose de :
- type I , m I , F (0) I ,  $k_0$  I , par 1 I , par 2 I , I I , J I , ces propriétés sont définies comme ci-dessus.  
et de NC I donnant le nombre d'objets A .
- 3 ) type P donnant le type de proportion.

Il est à remarquer que certaines propriétés peuvent avoir une valeur inconnue.

### 5.2.2 - "Segment".

Une entité de ce type décrit une classe pour la fonction F (k) associée à une relation  $R(A, B)$  ou à son inverse.

Elle contient trois propriétés:

- type S : détermine si la fonction F concernée se



- rapporte à la relation  $R(A, B)$  ou à son inverse,
- maxclasse donne la limite supérieure de la classe,
  - valeur  $S$  donne la proportion des réalisations de  $A$  ( de  $B$  si inverse ) participant à  $n$  occurrences de  $R$  ,  $n$  appartenant à cette classe.

### 5.2.3 - "Proportion".

Une entité de ce type décrit une classe pour la fonction de proportion  $Pr(b)$  associée à une relation  $R(A, B)$  où  $B$  est un objet élémentaire.

Elle contient deux propriétés;

- $T$  , donnant la limite maximale de la classe,
- valeur  $P$  , donnant la proportion des réalisations de  $A$  auxquelles est associée une valeur de  $B$  appartenant à cette classe.

### 5.2.4 - "Item description".

Une association de ce type existe quand à une entité item représentant un objet élémentaire  $B$  lié à un objet complexe  $A$  , est associée une entité "statistic description" décrivant la relation  $R(A, B)$  . Sa connectivité est  $0 - 1$  ,  $0 - 1$  .

### 5.2.5 - "Path type description".

Une association de ce type existe quand à une entité "path type" représentant une relation  $R(A, B)$  où  $A$  et

B sont des objets complexes, est associée une entité "statistic description" décrivant la relation. Sa connectivité est  $0 - 1$ ,  $0 - 1$ .

#### 5.2.6 - "Proportion function".

Une association de ce type existe quand à une entité "statistic description" décrivant statistiquement une relation  $R(A, B)$  où B est un objet élémentaire, est associée une entité "proportion" donnant la description d'une classe de la fonction de proportion  $Pr(b)$ ,  $b \in B$ . Sa connectivité est  $1 - 1$  pour "proportion" et  $0 - *$  pour "statistic description".

#### 5.2.7 - "Direct function".

Une association de ce type existe quand à une entité "statistic description" décrivant statistiquement une relation  $R(A, B)$ , est associée une entité "segment" décrivant une classe de la fonction associée à R. Sa connectivité est  $0 - 1$  pour "segment" et  $0 - *$  pour "statistic description".

#### 5.2.8 - "Inverse function".

Une association de ce type existe quand à une entité "statistic description" décrivant statistiquement une relation  $R(A, B)$ , est associée une entité "segment" décrivant une classe de la fonction F associée à l'inverse de R.



Sa connectivité est 0 - 1 pour "segment" et 0 - \* pour "statistic description".

### 5.3 - Contraintes d'intégrité.

#### 5.3.1 - "Statistic description" et ses propriétés.

a ) Une entité "statistic description" intervient obligatoirement dans une association " item description " ou (exclusif) dans une association "path type description".

b ) type D , NC D et NC I ne peuvent avoir de valeur inconnue.

c ) Si ces valeurs sont connues on doit avoir:

$$m D . NC I = m I . NC D .$$

$$0 \leq I D \leq k_0 \leq J D \leq NC D$$

$$0 \leq I I \leq k_0 \leq J I \leq NC I$$

$$0 \leq F(0) D \leq 1$$

$$0 \leq F(0) I \leq 1$$

d ) type D , type I ne peuvent prendre que les quatorze valeurs données dans le catalogue ( voir 4.1 ).

e ) type P ne peut prendre que les quatre valeurs données en 3.3.1 : réel , entier , alphanumérique continu , alphanumérique discret.

f ) par 1 D , par 2 D , par 1 I , par 2 I , ont des valeurs attribuées par calcul et en fonction, respectivement de type D et de type I .



### 5.3.2 "Segment" et ses propriétés.

a ) L'association "direct function" ne peut exister entre une entité "segment" et une entité "statistic description" que si type D de celle-ci est égal à "réel" et si type S de "segment" est égal à "direct". De même pour l'association "inverse function" il faut que le type I égale "réel" et type S égale "inverse", (cela recouvre la contrainte : une entité "segment" ne peut intervenir à la fois dans une association "direct function" et dans une association "inverse function" ).

b ) type S ne peut prendre que deux valeurs : direct et inverse .

c ) On a toujours :

$$0 \leq \text{valeur } S \leq 1$$

et la somme des "valeurs S" pour tous les "segment" associés à une même "statistic description" et de même type S est égale à  $1 - F(0) D$  si type S = "direct" et à  $1 - F(0) I$  si type S = "inverse."

d ) La valeur de maxclasse d'un "segment" doit être comprise entre I D et J D si type S = "direct", entre I I et J I si type S = "inverse". Pour tous les segments de même type S associés à une même "statistic description" on ne peut avoir deux fois la même valeur de maxclasse et il y a toujours une et une seule fois la valeur J D si type S = direct, J I si type S = inverse .

### 5.3.3 - "Proportion" et ses propriétés.

- a ) L'association "proportion function" entre "proportion" et "statistic description" ne peut exister que si type P de cette dernière est connu. Dans ce cas il y a au moins deux entités "proportion" associées à la même entité "statistic description".
- b ) Pour toutes les entités "proportion" associées à une même "statistic description" il ne peut y avoir deux fois la même valeur de T .
- c ) En fonction de la valeur de type P de la "statistic description" associée par "proportion function" à l'entité "proportion" , T doit avoir une valeur
- de type réel si type P est réel,
  - de type entier si type P est entier,
  - de type alphanumérique sinon.

## 6 - SPECIFICATION DE PACKAGE.

### 6.1 - Points d'entrée.

Nous allons définir sept points d'entrées dans ce package selon que l'on veut calculer:

- la probabilité d'un critère de relation,
- les valeurs de  $m'$  et  $m''$  associées à une boucle d'accès sans ordre "next" et "exit",
- ces mêmes valeurs s'il y a des ordres "next" et "exit",
- les valeurs  $m_1$  et  $m_2$  servant à déterminer le coût d'une condition,
- le nombre  $\bigvee_B$  d'éléments dans une collection,
- la probabilité  $p_k$  d'appartenance à une variable de travail,
- la probabilité d'un critère d'appartenance.

### 6.2 - Spécification

#### 6.2.1 - Arguments.

a ) L'argument `ident` donne l'identification; c'est un tableau de dimension 3 :

- `ident (1)` donne la databasekey de la "statistic description" concernée,



- ident (2) indique que la "statistic description" est associée à un "item" alors :  $\text{ident}(2) = 1$  , ou à un "path-type" et  $\text{ident}(2) = 0$  ,
  - ident (3) donne le sens de la relation, direct alors  $\text{ident}(3) = 1$  ; ou inverse et  $\text{ident}(3) = -1$ .
- b ) L'argument  $p$  est égal à la probabilité de la condition  $C_B$  d'où  $0 \leq p \leq 1$  .
- c ) L'argument  $\text{car}$  détermine si le cas considéré est un cas cardinal ( $i - j$ ) alors  $\text{car}$  a la valeur vrai, où si c'est un cas ordinal ( $iE - jE$ ) et  $\text{car}$  a la valeur faux.
- d ) Les arguments  $i$  et  $j$  sont des entiers tels que :  
 si  $\langle 0 \rangle = iE - jE$  où  $\langle K \rangle = i - j$   
     on a :  $0 \leq i \leq j$   
 si  $\text{car} = \text{vrai}$  et  
      $\langle K \rangle = TS$  alors  $i = -1$  ,  $j = -1$   
      $\langle K \rangle = i-$  alors  $0 \leq i$  ,  $j = -1$   
      $\langle K \rangle = j+$  alors  $i = -1$  ,  $0 \leq j$   
 si  $\text{car} = \text{faux}$  et  
      $\langle 0 \rangle = iE - DE$  alors  $i \geq 0$  ,  $j = -1$   
      $\langle 0 \rangle = DE$  alors  $i = j = -1$   
 (on donne donc à  $i$  et à  $j$  la valeur  $-1$  lorsqu'il n'y a pas de valeur explicite de ce nombre ).
- e ) L'argument  $\text{compt}$  indique l'existence ou non d'un compteur de cibles. Il a la valeur vrai en cas d'existence.

f ) L'argument  $p_N$  donne, dans le cadre d'une boucle d'accès, la probabilité d'exécuter un ordre "next".

#### 6.2.2 - Probabilité d'un critère de relation.

L'entrée se fait par un appel à

probcd ( ident, p, car, i, j, res )

Dans ce cas on a :

$$\text{res} = \text{pr} ( r : < 0 / K > B (C_B) )$$

et pr est donné par les formules se trouvant en annexe II .

#### 6.2.3 - Boucle d'accès sans ordre next ni exit.

L'entrée se fait par un appel à

boucle ( ident, p, car, i, j, compt, res )

Si la boucle s'écrit

$$[ r : < K / 0 > B (C_B) S ]$$

alors

$$\text{res} (1) = m'$$

$$\text{res} (2) = m''$$

$m'$  et  $m''$  étant donnés par les formules en annexe II.

#### 6.2.4 - Boucle d'accès avec ordre next et exit.

L'entrée se fait par un appel à

nextex ( ident, p, car, i, j, compt,  $p_N$ , res )

Dans ce cas on doit avoir

$$0 \leq p_N < 1$$

Si la boucle s'écrit

$$\left[ r : \langle K / 0 \rangle B (C_B) S \right]$$

alors

$$\text{res} (1) = m'$$

$$\text{res} (2) = m''$$

$m'$  et  $m''$  étant donnés par les formules en annexe II.

#### 6.2.5 - Coût d'évaluation d'une condition.

L'entrée se fait par un appel à

coutcd ( ident, p, car, i, j, compt, res )

Si la condition s'écrit

$$( r : \langle K / 0 \rangle B (C_B) ) .$$

alors

$$\text{res} (1) = m_1$$

$$\text{res} (2) = m_2$$

où  $m_1$  et  $m_2$  sont donnés par les formules en annexe II.

#### 6.2.6 - Nombre d'éléments distincts dans une collection.

L'entrée se fait par un appel à

elcoll ( ident, p, car, i, j, compt,  $p_N$ ,  $p_0$ , res )

Si on note  $R ( A, B )$  la relation servant à constituer la collection, l'argument  $p_0$  est la probabilité qu'une réalisation de  $A$  appartienne au sous-ensemble  $A^*$  de  $A$ ,  $A^*$  servant d'ensemble de départ pour la boucle

$$\left[ r : \langle 0 / K \rangle B (C_B) \right]$$



servant à créer la collection.

On doit avoir :

$$0 \leq p_0 \leq 1$$

Les arguments  $p$ ,  $car$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $compt$ ,  $p_N$ , se rapportent à la boucle citée ci-dessus.

Alors

$$res = \frac{\mathcal{V}'_B}{N_B}$$

où  $N_B$  est le nombre d'occurrences de  $B$  et où  $\frac{\mathcal{V}'_B}{N_B}$  est donné par les formules en annexe II.

#### 6.2.7 - Nombres de références distinctes dans une variable de travail.

L'entrée se fait par un appel à

$vatrav$  (  $ident$ ,  $p$ ,  $car$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $compt$ ,  $p_N$ ,  $p_0$ ,  $p_k$ ,  $res$  )

Les arguments  $p$ ,  $car$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $compt$ ,  $p_N$ ,  $p_0$  ont la même signification que ci-dessus. L'argument  $p_k$  est la probabilité qu'une occurrence de  $B$  appartienne déjà à la variable de travail. On doit donc avoir :

$$0 \leq p_k \leq 1$$

alors

$$res = p_{k+1} = p_k + \frac{\mathcal{V}'_{k+1}}{N_B} (1 - p_k)$$

où  $\frac{\mathcal{V}'_{k+1}}{N_B}$  est la probabilité d'appartenance d'une

occurrence de  $B$  à la collection ajoutée à la variable de travail.

### 6.2.8 - Probabilité d'un critère d'appartenance.

L'entrée se fait par un appel à

probap ( ident, op, T A , T B , N, res )

L'argument op donne l'opérateur logique :

= a , op = 1

≠ a , op = 2

< a , op = 3

≤ a , op = 4

> a , op = 5

≥ a , op = 6

∈ [ a,b ] , op = 7

Les arguments TA et TB sont des tableaux d'entiers de dimension N 50.

Si ident (2) = 0 (cas de type de chemin), les arguments TA, TB, et N ne sont d'aucune utilité.

Si ident (1) = 1 (cas d'un item), l'argument TA doit toujours avoir une valeur correspondant au type de valeur de l'item, TB ne doit avoir une valeur que si op = 7, elle correspond au type de valeur de l'item.

Si l'item est de type alphanumérique de longueur l, alors on a

N = l

et pour tout i : 1 ≤ i ≤ N

TA (i) = i<sup>ème</sup> caractère de la chaîne a

Dans le cas où l'item ne peut prendre qu'un nombre limité de valeurs, op ne peut prendre que les valeurs 1 et 2 :

Si l'item est de type entier, alors

$N = 1$  et

$TA(1)$  est égal à  $a$ .

Si l'item est de type réel, alors

$N = 2$  et

$TA(1)$  et  $TA(2)$  sont deux entiers

tels que

$$a = TA(1) * 10^{TA(2)}$$

Dans ce cas  $op$  ne peut prendre les valeurs 1 ou 2.

L'argument  $TB$  est défini de la même manière.

Alors on a

$$res = pr(op E)$$

où  $E$  représente soit  $a$ , soit  $[a, b]$ .



## 7 - A R C H I T E C T U R E

### 7.1 - Hiérarchisation et modularisation.

Nous allons définir, pour le système à développer, une hiérarchie "utilise" à six niveaux :

- niveau 1 : module d'accès à la base de données,
- niveau 2 : module de traitement des valeurs associées à F ,  
module de traitement des classes de F ,
- niveau 3 : module de calcul de  $C_m^n$  ,  
module de traitement des valeurs d'item,
- niveau 4 : module de calcul de  $(k, l, N, p)$  ,  
module de traitement de la fonction F ,
- niveau 5 : module de calcul des sommes ( somf \*)
- niveau 6 : module de calcul de la probabilité d'un critère de relation,  
module de calcul de la probabilité d'un critère d'appartenance,  
module de calcul du coût d'évaluation d'un critère de relation,  
module des calculs concernant les boucles.

Un schéma figure en annexe IV .

## 7.2 - Spécification des modules.

### 7.2.1 - Modules d'entrée.

Ces modules ont été spécifiés au point 6.2 . Les deux points d'entrée relatifs aux boucles d'accès et ceux relatifs au nombre d'éléments distincts dans une collection ainsi qu'au nombre de références distinctes dans une variable de travail , ont été regroupés en un seul module.

### 7.2.2 - Module somme.

Ce module calcule des sommes du type :

$$\sum_{k=a}^b F(k) \quad \text{coeff}(k)$$

La liste de ces sommes est reprise en 3.1. Les résultats sont donnés par ces formules.

Toutes ces sommes ont un argument en commun: stat , qui contient les neuf valeurs réelles associées à la fonction statistique F .

L'argument p est une valeur de probabilité tel que

$$0 \leq p \leq 1$$

L'argument  $p_N$  est une valeur de probabilité tel que :

$$0 \leq p_N < 1$$

Les arguments x, y, z, sont des entiers positifs et

on doit avoir :

$$y \leq J$$

Les argument sont, pour les sommes

somf 1, somf 3, somf 4 et somf 7 : stat, x, y, p.

somf 5 : stat, x, y.

somf 10, somf 13 : stat, x, y, p,  $p_N$ .

somf 11, somf 16 : stat, x, y,  $p_N$ .

somf 15 : stat, x, y, z, p.

où

$$x \leq y, \text{ ou } x > J$$

Pour les sommes somf 2 et somf 6 les arguments sont :

stat, x et y , où

$$x \leq y + 1, \text{ ou } x > J$$

Les arguments sont, pour les sommes

somf 8 : stat et p.

somf 9 : stat, p et  $p_N$ .

somf 12 : stat et  $p_N$ .

somf 14 : stat et y.

### 7.2.3 - Module pi .

Ce module calcule la valeur de  $\pi(k, l, p, N)$  et les sommes de  $\pi(k, l, p, N)$ . Les sommes ont été données en 3.1. avec leurs résultats.

L'argument p est une valeur telle que :

$$0 \leq p \leq 1$$

La somme somp 1 a pour arguments i, j, k, p, N où i, j, k, N sont des entiers positifs tels que :

$$i \leq j \leq k \leq N$$



La somme  $somp\ 2$  a pour arguments  $i, j, p, N$  où  $i, j, N$  sont des entiers positifs tels que

$$i \leq j \leq N$$

Le calcul  $pi$  a pour arguments  $k, l, p, N$  où  $k, l, N$  sont des entiers positifs tels que

$$1 \leq k \leq N$$

#### 7.2.4 - Module fonction F.

Ce module traite tout ce qui concerne la fonction  $F$ .  
Il est connu par ses interfaces :

1 )  $fonct (ident, stat)$  :

a pour argument  $ident$  donnant l'identification de la fonction  $F$  concernée par trois entiers.

Il a pour résultat  $stat$  donnant neuf valeurs réelles associées à la fonction  $F$ . Ces valeurs dépendent du type de la fonction  $F$ . Elles sont calculées et la base de données est mise à jour.

2 )  $fk, (stat, k, lim, valf)$  :

calcule la valeur de la fonction.

Ses arguments sont :

- $stat$  donnant les neuf valeurs réelles associées à la fonction,
- un entier  $k$  donnant la valeur du début de la classe recherchée,
- un entier  $lim$  égal à la limite supérieure de la classe précédente ou à 0 si on calcule  $fk$  pour

la première classe. On doit avoir

$$I \leq k \leq J \text{ et } 0 \leq \text{lim} < k$$

Ses résultats sont :

- l'entier  $\text{lim}$  égal à la limite supérieure de la classe pour laquelle on a calculé  $F(k)$ . On doit avoir

$$\text{lim} \geq k$$

- $\text{valf}$  donnant la probabilité pour la classe comprise entre  $k$  et la nouvelle valeur de  $\text{lim}$ .

#### 7.2.5 - Module $C_m^n$ -.

Ce module calcule  $C_m^n$ . Il a comme arguments deux entiers  $m$  et  $n$  tels que

$$0 \leq n \leq m$$

Son résultat est la valeur de

$$C_m^n \left( \frac{m!}{n! (m-n)!} \right)$$

#### 7.2.6 - Module valeur d'item.

Ce module traite des valeurs des items. Il est connu par ses interfaces.

Les arguments sont:

- $\text{type}$ , donnant le type de l'item,
- $N$ , entier, qui donne la longueur de l'item; les conditions sont :

si type = 1 , N = 2

si type = 2 , N = 1

si type = 3 ou 4 ,  $1 \leq N \leq 50$

- A , B des valeurs possibles de l'item.

Alors on a les interfaces :

- sup ( A, B, N, type )

à la valeur vrai si  $A > B$

condition type = 1, 2 ou 3.

- égal ( A, B, N )

à la valeur vrai si  $A = B$

condition type = 2, 3 ou 4.

- affect ( A, B, N )

donne à A la valeur de B .

- nbrval ( A, B, N, type )

donne le nombre de valeurs d'item comprises  
entre A et B .

condition non sup ( A, B, N, type ) et  
type = 1, 2 ou 3.

#### 7.2.8 - Module statistique.

Ce module donne les valeurs associées à la fonction F.  
Il est connu par ses interfaces.

L'argument stat contient les neuf valeurs réelles  
associées à F . L'argument p est un réel positif et  
l'argument k un entier positif .



Les interfaces sont:

- typ

argument : stat

résultat : entier donnant le type de la  
fonction F.

- moy

argument : stat

résultat : moyenne de F .

- FO

argument : stat

résultat : valeur de F en 0 .

- k0

argument : stat

résultat : entier égal à la valeur de  $k_0$   
pour F .

- par 1

argument : stat

résultat : premier paramètre de F .

- par 2

argument : stat

résultat : deuxième paramètre de F .

- IS

argument : stat

résultat : entier égal à la valeur de  
I pour F .

- JS

argument : stat

résultat : entier égal à la valeur de  
J pour F .

- NC

argument : stat

résultat : entier égal au nombre de cibles  
pour la relation à laquelle est  
associée F .

- ec moy

argument : stat, p

résultat : la valeur de la moyenne de F  
dans stat est égale à p .

- ecfo

argument : stat, p

résultat : la valeur de F (0) dans stat  
est égale à p .

- ecp ar 1

argument : stat, p

résultat : la valeur du premier paramètre  
de F dans stat est égale à p .

- ecp ar 2

argument : stat, p

résultat : la valeur du deuxième paramètre  
de F dans stat est égale à p .

- ec IS

argument : stat, k

résultat : la valeur de ,I pour F dans  
stat est égale à k .

- ec JS

argument : stat, k

résultat : la valeur de J pour F dans  
stat est égale à k .

### 7.2.9 - Module classe.

Ce module donne les valeurs associées à une classe de F . Il est connu par ses interfaces.

L'argument seg contient les trois valeurs associées à une classe de F :

- maxcl

argument : seg

résultat : entier égal à la limite supérieure de la classe.

- val

argument : seg

résultat : la valeur de la fonction F pour  
la classe.

### 7.2.10 - Module d'accès.

Ce module traite de tous les accès à la base de données. Il est connu par ses interfaces.



- accfct (ident, stat)

argument : ident, qui donne l'identification de la fonction F par trois entiers.

résultat : stat contenant les neuf valeurs réelles associées à la fonction F. Les valeurs inconnues sont égales à -1 ; la valeur du type de la fonction F est :

0			pour le type réel,
1	"	"	binomial,
2	"	"	géométrique 0,
3	"	"	géométrique 1,
4	"	"	de Poisson,
5	"	"	uniforme ( I,J ),
6	"	"	uniforme ( F (0) J ),
7	"	"	uniforme ( m, I=0 ),
8	"	"	uniforme ( m, I=1 ),
9	"	"	décroissant,
10	"	"	à maximum 1 ,
11	"	"	à maximum 2 ,
12	"	"	J = 1
13	"	"	J = 2

- accprm (seg) : accès au premier segment,  
et

- accprs (seg) : accès au segment suivant,

résultat : seg qui donne les valeurs associées à la classe

- écrit (ident, stat)

argument : ident et stat

résultat : les valeurs contenues dans stat  
sont mémorisées dans la base de  
données.

- acctyp (ident, typ)

argument : ident

résultat : typ donnant la valeur entière  
correspondant au type de propor-  
tion. Si le type n'est pas dé-  
terminé, typ a une valeur  
quelconque. Si l'item est de  
type réel, typ = 1 ; de type  
entier, typ = 2 ; de type al-  
phanumérique, et compris entre  
deux limites, typ = 3 ; de  
type alphanumérique à valeurs  
limitées, typ = 4 .

- accprp ( T, N, pr ) : accès à la première proportion,  
et

- accprs ( T, N, pr ) : accès à la proportion suivante  
argument : N , longueur de l'item considéré  
résultat : T , valeur d'item, limite supé-  
rieure de la classe, et pr  
proportion de cette classe.

- invfet ( ident )

argument : ident

résultat : ident où le sens de la rotation  
est inversé.



## 8 - ALGORITHMES

### 8.1 - Modules d'entrée.

Ces algorithmes se basent sur les algorithmes de calcul développés au chapitre 3.

#### 8.1.1 - probcd ( ident, p, car, i, j, res ):

```

fonct ( ident, stat )
si j > JS ( stat )    j = JS ( stat )
si car = vrai
    si i ≠ -1 , j ≠ -1 ,      x = i , y = j
    si i ≠ -1 , j = -1 ,      x = 0 , y = i - 1
    si i = -1 , j ≠ -1 ,      x = 0 , y = j
    si i = -1 , j = -1 ,
        x = 1
        y = JS ( stat )
        si p = 1 , res = 1 - fo ( stat )
            sinon res = somf3 ( stat, x, y, p )
    sinon
        si p = 1 , res = somf2 ( stat, x, y )

```

```

        sinon    res = somf1 ( stat, x, y, p )
    si j = -1 , res = 1 - res
si car = faux
    si i = j
        si i = 1 , ou i = -1
            res = p ( 1 - fo ( stat ) )
        sinon
            x = 0
            y = i - 1
            res = p ( 1 - somf2 ( stat, x, y ) )
    sinon
        si j = -1      y = JS ( stat )
            sinon y = j

        x = i
        res = somf3 ( stat, x, y, p )

```

#### 8.1.2 - Boucle ( ident, p, car, i, j, compt, res )

```

fonct ( ident, stat )
si j > JS ( stat ) , j = JS ( stat )
si car = vrai ou ( car = faux, i = 1 et j = -1 )
    res (1) = p moy ( stat )
    res (2) = moy ( stat )
sinon
    si i = -1 ,      x = JS ( stat )
        sinon x = i

```

```

si j = -1 ,      y = JS ( stat )
      sinon      y = j
si p = 1 ,      res (1) = somf5 ( stat, x, y )
      sinon      res (1) = somf4 ( stat, x, y, p )
si j = -1 et compt = faux
      res (2) = moy ( stat )
sinon
      si i = j = 1 et p ≠ 1
        res (2) = moy ( stat ) + somf8 ( stat, p )
      sinon
        si compt = faux ,      x = 1
          res (2) = somf6 ( stat, x, y )
          si p = 1
            x = y + 1
            y = JS ( stat )
            aux = ( x - 1 ) somf2 ( stat , x, y )
          sinon
            x = y
            y = JS ( stat )
            aux = somf7 ( stat, x, y, p )
          res (2) = res (2) + aux

```

### 8.1.3 - Nextex ( ident, p, car, i, j, compt, pN, res )

```

fonct ( ident , stat )
si j > JS ( stat ) ,      j = JS ( stat )
si car = vrai ou ( car = faux et i = 1 et j = -1 )

```



```

si p = 1
    res (1) = somf12 ( stat, pN )
    res (2) = res (1)
sinon
    x = 1
    y = JS ( stat )
    res (1) = 1 / ( 1 - pN ) - somf9 ( stat, y, p, pN )
    res (2) = somf13 ( stat, x, y, p, pN )

```

```

sinon

```

```

    si i = -1 ,      x = JS ( stat )
        sinon x = i
    si j = -1 ,      y = JS ( stat )
        sinon y = j

```

```

    si p = 1 ,
        res (1) = somf11 ( stat, x, y, pN )
        res (2) = somf16 ( stat, x, y, pN )

```

```

sinon

```

```

    res (1) = somf10 ( stat, x, y, p, pN )
    res (2) = somf13 ( stat, x, y, p, pN )

```

```

si compt = vrai

```

```

    y = x - 1
    x = 1
    res (2) = res (2) + somf6 ( stat, x, y )

```

8.1.4 - elcoll ( ident, p, car, i, j, compt, pN, po, res )

```

si car = faux

```

```

fonct ( ident, stat )
mu = moy ( stat )
si pN = 1
    boucle ( ident, p, car, i, j, compt, resaux )
sinon
    nextex ( ident, p, car, i, j, compt, pN, resaux )
invfct ( ident )
fonct ( ident, stat )
res = 1 - somf1 ( stat, 0, 0, po )
si car = vrai
    res = p res
sinon
    res = resaux (1) res / mu

```

8.1.5 - vatrav ( ident, p, car, i, j, compt, pN, po, pk, res )

```

elcoll ( ident, p, car, i, j, compt, pN, po, res )
res = pk + res ( 1 - pk )

```

8.1.6 - coutcd ( ident, p, car, i, j, compt, res )

```

fonct ( ident, stat )
si j > JS ( stat ),      j = JS ( stat )
si car = vrai
    si p = 1
        si compt = vrai
            res (1) = 0

```

```

sinon
    si j = -1
        si i = -1 ,      y = JS ( stat )
            sinon y = i - 1

    sinon
        y = j
        res (1) = somf14 ( stat, y )

sinon
    si i = -1 et j = - 1
        x = 1
        y = JS ( stat )
        z = 0
        res (1) = somf15 ( stat, x, y, z, p )

sinon
    y = JS ( stat )
    si j = -1 ,      x = i - 1
        sinon x = j
    res (1) = somf7 ( stat, x, y, p )
    si compt = faux
        y = x
        x = 1
        aux = somf6 ( stat, x, y )

sinon
    si i = j
        aux = somf6 ( stat, i, i )
    sinon

```



```

        si i ≠ -1 et j ≠ -1
            x = i - 1
            y = j
            aux = somf7 ( stat, x, y, p )
            res (1) = res (1) + aux
        res (2) = res (1)
    si car = faux
        si i = -1 et j = -1
            res (1) = moy ( stat )
            res (2) = 1 - fo ( stat )
        sinon
            si i = j
                x = i
                y = JS ( stat )
                res (2) = somf2 ( stat, x, y )
                res (1) = i res (2)
            sinon
                si j = -1 ,      y = JS ( stat )
                    sinon y = j

                x = i
                z = i - 1
                res (1) = somf15 ( stat, x, y, z, p )
                z = 0
                res (2) = somf15 ( stat, x, y, z, p )
            si compt = faux
                x = 1
                y = i - 1
                res (1) = res (1) + somf6 ( stat, x, y )

```

### 8.1.7 - probap ( ident, op, TA, TB, N, res )

† ) L'algorithme se base sur l'existence de deux fonctions :

- propeg ( TA, N ) donnant la probabilité d'égalité de l'item à la valeur donnée TA dans le cas où il n'y a pas de classe, c'est à dire si le type de l'item est égal à 4 .
- prop ( TA, TB, N, type ) calculant la probabilité qu'une valeur de l'item soit comprise entre TA et TB lorsque l'item peut prendre toutes les valeurs possibles entre deux valeurs extrêmes : cas pour lesquels type = 1, 2 ou 3 .

et sur les formules :

- $pr ( = TA ) = pr ( \in [ TA, TA ] )$
- $pr ( \neq TA ) = 1 - pr ( = TA )$
- $pr ( \leq TA ) = pr ( \in [ \min, TA ] )$
- $pr ( < TA ) = pr ( \leq TA ) - pr ( = TA )$
- $pr ( > TA ) = 1 - pr ( \leq TA )$
- $pr ( \geq TA ) = 1 - pr ( \leq TA ) + pr ( = TA )$

c'est à dire qu'on se ramène toujours à la probabilité d'appartenance à un intervalle. Dans certains cas il est nécessaire d'accéder à la première classe pour trouver la valeur minimale.

D'où l'algorithme :

```
acctyp ( ident, type )
si type = 1, 2 ou 3,
```

```

si op = 1 , res = prop ( TA, TA, N, type )
si op = 2 , res = 1 - prop ( TA, TA, N, type )
si op = 3 , accprp ( TP, N, pr )
                res = prop ( TP, TA, N, type )
                - prop ( TA, TA, N, type )
si op = 4 , accprp ( TP, N, pr )
                res = prop ( TP, TA, N, type )
si op = 5 , accprp ( TP, N, pr )
                res = 1 - prop ( TP, TA, N, type )
si op = 6 , accprp ( TP, N, pr )
                res = 1 - prop ( TP, TA, N, type )
                + prop ( TA, TA, N, type )
si op = 7 , res = prop ( TA, TB, N, type )
sinon
    si type = 4
        si op = 1 , res = propeg ( TA, N )
        si op = 2 , res = 1 - propeg ( TA, N )
    sinon
        accfct ( ident, stat )
        si op = 1 , res = 1 / NC ( stat )
        si op = 2 , res = 1 - 1 / NC ( stat )

```

2 )propeg ( TA, N )

Principe de l'algorithme :

Accéder aux différents articles proportion jusqu'à ce qu'on trouve la valeur d'item égale à TA . Le résultat



est alors donné par la valeur de cette proportion.

D'où :

```

accprp ( T, N, pr )      ( accès au premier )
tant que non égal ( T, TA, N )      (  $T \neq TA$  )
    accprs ( T, N, pr )      ( accès au suivant )
propeg = pr

```

3 ) prop ( TA, TB, N, type )

Principe de l'algorithme :

- accéder aux proportions jusqu'à trouver un  $T > TA$   
on a alors une classe TA, T .
- pondérer la proportion trouvée par la taille réelle  
de la classe.
- accéder aux proportions suivantes jusqu'à trouver un  
 $T > TB$  :  
 tant que  $T < TB$  , ajouter pr au résultat,  
 quand  $T \geq TB$  , ajouter au résultat pr pon-  
 déré par la taille de la dernière classe.

d'où :

```

prop = 0
accprp ( T, N, pr )      ( accès au premier )
si non sup ( TA, T, N, type )      (  $T \geq TA$  )
    affect ( TA, T, N )      (  $TA = T$  )
si non sup ( T, TB, N, type )      (  $TB \geq T$  )
    affect ( Tpr, T, N )      (  $Tpr = T$  )

```

```

accprs ( T, N, pr )          ( accès au suivant )
tant que sup ( TA, T, N, type ) ( TA > T )
    affect ( Tpr , T, N )
    accprs ( T, N, pr )
aux = aux nbrval ( TA, T, N, type )
      / nbrval ( Tpr, T, N, type )
affect ( Tpr, TA, N )          ( Tpr = TA )
tant que sup ( TB, T, N, type ) ( TB > T )
    prop = prop + aux
    affect ( Tpr, T, N )        ( Tpr = T )
    accprs ( T, N, pr )        ( accès au suivant )
    aux = pr
prop = prop + aux nbrval ( Tpr, TB, N, type )
      /nbrval ( Tpr, T, N, type ).

```

## 8.2 - Module somme.

Toutes les sommes sont basées sur le même principe :

- initialisation :

```
somf* = 0      ( 1 pour somf12, y+1 pour somf14 )
```

```
lim = 0
```

```
initialisation de k
```

```
si k < I , k = I
```

- tant que k ≤ J ( y pour somf2, somf6, somf14 )

```
fk ( stat, k, lim, valf )
```

```
pondération de valf si lim > y dans le cas k ≤ y
```

```
si valf ≠ 0
```

calcul du coefficient de F pour  $k = (k + \text{lim}) / 2$   
 ( au milieu de la classe )

somf\* = somf\* + valf coefficient

k = lim + 1

d'où :

#### 8.2.1 - somf1 ( stat, x, y, p )

somf1 = 0 , lim = 0

k = x ; si k < IS ( stat ), k = IS ( stat )

tant que k ≤ JS ( stat )

fk ( stat, k, lim, valf )

si valf ≠ 0

si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2

si k > y , l = y , sinon l = k

somf1 = somf1 + valf somp1 ( x, l, k, p, NC (stat) )

k = lim + 1

#### 8.2.2 - somf2 ( stat, x, y.)

somf2 = 0 , lim = 0

k = x , si k < IS ( stat ), k = IS ( stat )

tant que k ≤ y

fk ( stat , k, lim, valf )

si lim > y , valf = valf ( y-k+1 ) / ( lim-k+1 )

somf2 = somf2 + valf

k = lim + 1



8.2.3 - somf3 ( stat, x, y, p )

```

somf3 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ), k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
    fk ( stat, k, lim, valf )
    si valf ≠ 0
        si k ≠ lim , k = (k + lim ) / 2
        si k > y , k = y
        k = k - x + 1
        somf3 = somf3 + valf pi ( k, k, p, NC (stat) )
    k = lim + 1

```

8.2.4 - somf4 ( stat, x, y, p )

```

somf4 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ), k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
    fk ( stat, k, lim, valf )
    si valf ≠ 0
        si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
        sompi = 0
        pour l = x à k
            si l < y , coeff = 1 , sinon coeff = y
            coeff = coeff - x + 1
            sompi = sompi + coeff pi ( k, l, p, NC ( stat ) )
        somf4 = somf4 + valf sompi
    k = lim + 1

```

8.2.5 - somf5 ( stat, x, y )

```

somf5 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
    fk ( stat, k, lim, valf )
    si valf ≠ 0
        si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
        si k > y , k = y
        somf5 = somf5 + valf ( k - x + 1 )
    k = lim + 1

```

8.2.6 - somf6 ( stat, x, y )

```

somf6 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )
tant que k ≤ y
    fk ( stat, k, lim, valf )
    si valf ≠ 0
        si lim > y , valf = valf ( y - k + 1 ) / ( lim - k + 1 )
        si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
        somf6 = somf6 + k valf
    k = lim + 1

```

8.2.7 - somf7 ( stat, x, y, p )

```

somf7 = 0 ; lim = 0
k = x + 1 ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )

```

```

tant que  $k \leq JS (stat)$ 
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf  $\neq$  0
    si  $k \neq lim$  ,  $k = (k + lim) / 2$ 
    sompi1 = somp1 ( 0, x-1, k, p, NC ( stat ) )
    sompi2 = somp2 ( x, k, p, NC ( stat ) )
    somf7 = somf7 + valf ( k sompi1 + x ( k+1 ) sompi2 )
  k = lim + 1

```

#### 8.2.8 - somf8 ( stat, v )

```

somf8 = 0 ; lim = 0
k = 2 ; si  $k < IS (stat)$  ,  $k = IS (stat)$ 
tant que  $k \leq JS (stat)$ 
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf  $\neq$  0
    si  $k \neq lim$  ,  $k = (k + lim) / 2$ 
    sompi = 0
    pour l = 1 à k
      sompi = pi ( k, l, p, NC(stat) ) ( 1- l( k+1)/( l+1 ) )
      + sompi
    somf8 = somf8 + valf sompi
  k = lim + 1

```

#### 8.2.9 - somf9 ( stat, v, p, pN )

```

somf9 = 0 ; lim = 0
k = 0 ; si  $k < IS (stat)$  ,  $k = IS (stat)$ 

```



```

tant que  $k \leq JS ( stat )$ 
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf  $\neq 0$ 
    si  $k \neq lim$ ,  $k = ( k + lim ) / 2$ 
    sompi = 0
    pour l = 0 à k
      si  $l > y$ ,  $a = y$  sinon  $a = 1$ 
      sompi = sompi + pi ( k, l, p, NC( stat ) )  $pN^a$ 
      somf9 = somf9 + valf sompi
    k = lim + 1
  somf9 = somf9 / ( 1 - pN )

```

#### 8.2.10 - somf10 ( stat, x, y, p, pN )

```

somf10 = 0, lim = 0
k = x ; si  $k < IS ( stat )$ ,  $k = IS ( stat )$ 
tant que  $k \leq JS ( stat )$ 
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf  $\neq 0$ 
    si  $k \neq lim$ ,  $k = ( k + lim ) / 2$ 
    sompi = 0
    pour l = x à k
      si  $l > y$ ,  $a = y$ , sinon  $a = 1$ 
      sompi = sompi + pi( k, l, p, NC ( stat ) ) ( 1 -  $pN^a$  )
      somf10 = somf10 + sompi valf
    k = lim + 1
  somf10 = somf10 / ( 1 - pN )

```

8.2.11 - somf11 ( stat, x, y, pN )

```

somf11 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
    fk ( stat, k, lim, valf )
    si valf ≠ 0
        si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
        si k > y , k = y
        somf11 = somf11 + valf ( 1 - pNk-x+1 )
    k = lim + 1
somf11 = somf11 / ( 1 - pN )

```

8.2.12 - somf12 ( stat, pN )

```

somf12 = 1 ; lim = 0
k = 0 ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
    fk ( stat, k, lim, valf )
    si valf ≠ 0
        si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
        somf12 = somf12 - valf pNk
    k = lim + 1
somf12 = somf12 / ( 1 - pN )

```

8.2.13 - somf13 ( stat, x, y, p, pN )

```

somf13 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )

```

```

tant que  $k \leq JS ( stat )$ 
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf  $\neq$  0
    si  $k \neq lim$ ,  $k = ( k + lim ) / 2$ 
    sompi = k somp1 ( 0, x-1, k, p, NC ( stat ) )
    si  $k > y$ ,  $a = y$ , sinon  $a = k$ 
    pour l = x à a
      coeff = ( k + 1 ) ( x - 1 + 1 / ( 1 - pN ) )
              - ( 1 - ( 1+k pN ) / ( 1 - pN ) ) pN1-x+1
      sompi = sompi + coeff p1 ( k, l, p, NC ( stat ) ) / ( l + 1 )
    si  $k \leq y + 1$ 
      coeff = ( k + 1 ) ( x - 1 + ( 1 - pNy-x+1 ) / ( 1 - pN ) )
      sompi = sompi + coeff somp2 ( y+1, k, p, NC ( stat ) )
  k = lim + 1

```

#### 8.2.14 - somf14 ( stat, y )

```

somf14 = y + 1 ; lim = 0
k = 0 ; si  $k < IS ( stat )$ ,  $k = IS ( stat )$ 
tant que  $k \leq y$ 
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf  $\neq$  0
    si  $lim > y$ , valf = valf ( y-k+1 ) / ( lim-k+1 )
    si  $k \neq lim$ ,  $k = ( k + lim ) / 2$ 
    somf14 = somf14 - valf ( y+1-k )
  k = lim + 1

```



8.2.15 - somf15 ( stat, x, y, z, p.)

```

somf15 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat ) , k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf ≠ 0
    si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
    si k > y , k = y
    k = k - x + 1
    sompi = z
    pour l = 0 à k-1
      sompi = sompi + pi ( k, l, p, NC(stat))(k+1) / ( k+1-l )
    sompi = sompi + k pi ( k, k, p, NC (stat) )
    somf15 = somf15 + valf sompi
  k = lim + 1

```

8.2.16 - somf16 ( stat, x, y, pN )

```

somf16 = 0 ; lim = 0
k = x ; si k < IS ( stat), k = IS ( stat )
tant que k ≤ JS ( stat )
  fk ( stat, k, lim, valf )
  si valf ≠ 0
    si k ≠ lim , k = ( k + lim ) / 2
    si k > y , k = y
    k = k - x + 1
    somf16 = somf16 + valf ( x - 1 + ( 1 - pNk) / ( 1 - pN ))
  k = lim + 1

```

### 8.3. - Module fonction F.

#### 8.3.1 - fonct ( ident, stat )

```
accfct ( ident, stat )      ( accès à la statistique descrip-
                             -tion)
si par1 ( stat ) = - 1      ( paramètres non calculés )
    calpar ( stat )          ( calcul des paramètres )
    ecrit ( ident, stat )    ( réécriture dans la B.D. )
```

```
calpar ( stat )
```

Les valeurs des paramètres à calculer sont données dans le catalogue ( 4.1 ). D'où :

1 ) si typ ( stat ) = 1 ( binomiale )

```
p = moy ( stat ) / JS ( stat )
```

```
F = ( 1 - p )JS ( stat )
```

```
ecIS ( stat, 0 )
```

```
ecpar1 ( stat, p )
```

```
ecf0 ( stat, F )
```

2 ) si typ ( stat ) = 2 ( géométrique 0 )

Dans ce cas la valeur de J sera déterminée pour que  $F ( J ) \leq 10^{-6}$ .

```
p = 1 / ( 1 + moy ( stat ) )
```

```
J = int (  $\frac{\ln 10^{-6} - \ln p}{\ln ( 1-p )}$  ) + 1
```

```
ecIS ( stat, 0 )
```

```
ecJS ( stat, J )
```

```
ecpar1 ( stat, p )
```

```
ecf0 ( stat, p )
```

3 ) si typ ( stat ) = 3 ( géométrique 1 )

Dans ce cas J est solution de  $F(J) \leq 10^{-6}$

$$p = 1 / \text{moy} ( \text{stat} )$$

$$J = \text{int} \left( \frac{\ln 10^{-6} - \ln p}{\ln (1-p)} \right) + 2$$

ecIS ( stat, 1 )

ecJS ( stat, J )

ecpar1 ( stat, p )

ecf0 ( stat, 0 )

4 ) si typ ( stat ) = 4 ( Poisson )

Dans ce cas la valeur de J sera calculée par la formule

$$J = m + \text{coeff} \sqrt{m}$$

Ce coefficient a été déterminé en fonction de la valeur de m de telle manière que

$$F(J) \leq 10^{-6}$$

On a alors

pour  $m < 5$ , coeff = 8

pour  $m < 9$ , coeff = 7

pour  $m < 40$ , coeff = 6

pour  $m \geq 40$ , coeff = 5

D'où

$F = \exp ( - \text{moy} ( \text{stat} ) )$

si  $\text{moy} ( \text{stat} ) < 5$ , coeff = 8

sinon

si  $\text{moy} ( \text{stat} ) < 9$ , coeff = 7



```

sinon
    si moy ( stat ) < 40 , coeff = 6
    sinon coeff = 5
J = int ( moy ( stat ) + coeff  $\sqrt{\text{moy ( stat )}}$  )
ecIS ( stat, 0 )
ecJS ( stat, J )
ecpar1 ( stat, 0 )
ecf0 ( stat, F )
5 ) si typ ( stat ) = 5      ( uniforme 1 )
    p = 1 / ( JS ( stat ) - IS ( stat ) + 1 )
    m = ( IS ( stat ) + JS ( stat ) ) / 2
    si I = 0 , F = p , sinon F = 0
    ecpar1 ( stat, p )
    ecmoy ( stat, m )
    ecf0 ( stat, F )
6 ) si typ ( stat ) = 6      ( uniforme 2 )
    p = ( 1 - FO ( stat ) ) / JS ( stat )
    m = ( 1 - FO ( stat ) ) ( JS ( stat ) + 1 ) / 2
    ecIS ( stat, 0 )
    ecpar1 ( stat, p )
    ecmoy ( stat, m )
7 ) si typ ( stat ) = 7      ( uniforme 3 )
    J = int ( 2 moy ( stat ) )
    p = 1 / ( 2 moy ( stat ) + 1 )
    ecIS ( stat, 0 )
    ecJS ( stat, J )
    ecpar1 ( stat, p )
    ecf0 ( stat, p )

```

8 ) si typ ( stat ) = 8 ( uniforme 4 )

J = int ( 2 moy ( stat ) ) - 1

p = 1 / ( 2 moy ( stat ) - 1 )

ecIS ( stat, 1 )

ecJS ( stat, J )

ecpar1 ( stat, p )

ecf0 ( stat, 0 )

9 ) si typ ( stat ) = 9 ( décroissante )

Dans ce cas, l'équation donnant la valeur de  $e^b$  en 2.4.1, sera résolue par approximations successives (Newton Rapson) : si l'équation est  $f(x) = 0$  et si  $x_0$  est une solution approchée, on a

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

D'où :

f = 1 - FO ( stat )

mu = moy ( stat )

J = JS ( stat )

x = mu / ( mu - f ) ( 1ère approximation)

xo = 0

tant que  $|x - xo| \geq 10^{-6}$

xo = x

$$x = \frac{J ( \mu - f ) x_0^{J+1} - ( J - 1 ) \mu x_0^J - \mu + J f}{( J + 1 ) ( \mu - f ) x_0^J - \mu J x_0^{J-1} - \mu + f ( J + 1 )}$$

p = f ( x-1 ) x<sup>J</sup> / ( x<sup>J</sup>-1 )

ecIS ( stat, 0 )

ecpar1 ( stat, x )

ecpar2 ( stat, p )

10 ) si typ ( stat ) = 10 (maximum 1 )

L'équation donnée en 2.4.2 sera résolue par Newton  
Rapson, mais il faudra deux approximations successives.  
D'où :

$$f = 1 - FO ( stat )$$

$$\mu = moy ( stat )$$

$$J = JS ( stat )$$

$$k = kO ( stat )$$

$$p = \mu - k f$$

$$q = \mu - J f$$

$$x = \mu / ( \mu - f ) \quad ( 1^{\text{ère}} \text{ approximation } )$$

$$x_0 = 0$$

$$\text{tant que } | x - x_0 | \geq 10^{-6}$$

$$x_0 = x$$

$$x = \frac{k p x_0^{k+1} - (k-2) p x_0^{k-1} - \mu + f}{(k+1) p x_0^k - (k-1) p x_0^{k-2} - \mu}$$

$$\text{tant que } | x - x_0 | \geq 10^{-6}$$

$$x_0 = x$$

$$x = \frac{J p x_0^{J+1} - (J-2) p x_0^{J-1} - (J-k) \mu x_0^{J-k+1} + (J-k-1)(\mu - f) x_0^{J-k} - (k-1)(q-f) x_0^k + (k-2) q x_0^{k-1}}{(J+1) p x_0^J - (J-1) p x_0^{J-2} - (J-k+1) \mu x_0^{J-k} + (J-k)(\mu-f) x_0^{J-k-1} - k(q-f) x_0^{k-1} + (k-1) q x_0^{k-2}}$$



$$p = \frac{f(x-1) x^{J-1}}{x^{J-1}(x+1) - x^{J-k} - x^{k-1}}$$

ecIS ( stat, 0 )

ecpar1 ( stat, x )

ecpar2 ( stat, p )

11) si typ ( stat ) = 11 ( maximum 2 )

On a de même

f = 1 - f0 ( stat )

mu = moy ( stat )

J = JS ( stat )

k = k0 ( stat )

p = 2 mu - f k

q = mu - J f

x = ( p+f ) / ( p-f )

xo = 0

tant que  $|x - xo| \geq 10^{-6}$

xo = x

$$x = \frac{\begin{aligned} & (J+1) k (p-f) x_o^{J+2} - 2 J k p x_o^{J+1} \\ & + (J-1) k (p+f) x_o^J - 2 k (q-f) x_o^{k+1} \\ & + 2 (k-1) q x_o^k - 2 q \end{aligned}}{\begin{aligned} & (J+2) k (p-f) x_o^{J+1} - 2 (J+1) k p x_o^J \\ & + J k (p+f) x_o^{J-1} - 2 (k+1) (q-f) x_o^k \\ & + 2 k q x_o^{k-1} + 2 (q-f) \end{aligned}}$$

$$p = \frac{f(x-1) x^J}{k(x-1) x^J - x^k + 1}$$

```

    ecIS ( stat, 0 )
    ecpa1 ( stat, x )
    ecpa2 ( stat, p )

12) si typ ( stat ) = 12          ( J = 1 )
    mu = moy ( stat )
    f = f0 ( stat )
    si mu = -1 ,    mu = 1 - f
    si f = -1 ,    f = 1 - mu
    ecIS ( stat, 0 )
    ecJS ( stat, 1 )
    ecmoy ( stat, mu )
    ecpa1 ( stat, mu )
    ecf0 ( stat, f )

13) si typ ( stat ) = 13          ( J = 2 )
    p1 = 2 ( 1 - FO ( stat ) ) - moy ( stat )
    p2 = moy ( stat ) - ( 1 - FO ( stat ) )
    ecIS ( stat, 0 )
    ecJS ( stat, 2 )
    ecpa1 ( stat, p1 )
    ecpa2 ( stat, p2 )

```

### 8.3.2 - fk ( stat, k, lim, valf )

La valeur de valf sera déterminée en fonction du type de la fonction. Si cette fonction est réelle la valeur de lim sera égale à la limite supérieure de la classe contenant la valeur k , valf sera la probabilité de la classe

$k$  ,  $\lim$  . Si la fonction est d'un autre type, alors nous limiterons le nombre de classes à 30 , par conséquent si  $J \leq 30$  , la valeur de  $\text{valf}$  est donnée par la formule (voir catalogue) et  $\lim$  est égal à  $k$  ; par contre, si  $J > 30$  , nous déterminerons les classes de la manière suivante :

- fonction de type uniforme : nous prendrons comme largeur de classe  $lc = (J / 30) + 1$  ; nous commencerons une classe en  $k$  d'où  $\lim = k + lc - 1$  ; la dernière classe sera limitée à  $J$  . Nous aurons  $\text{valf} = p ( \lim - k + 1 )$ .
- autres fonctions : nous choisirons des classes d'une seule valeur autour de la valeur  $\text{max}$  , valeur de  $k$  pour laquelle  $F(k)$  est maximum, c'est à dire pour les valeurs comprises entre  $\text{max} - 4$  et  $\text{max} + 4$  ( neuf valeurs ), sauf si  $\text{max} - 4 \leq 0$  , dans ce cas nous, considérerons les valeurs 1 à 9. Dans cet intervalle,  $\lim = k$  et  $\text{valf}$  est donné par la formule de  $F(k)$ . En dehors de cet intervalle nous prendrons des classes de largeur  $lc = (J - 9) / 21 + 1$  , d'où  $\lim$  est égal à  $k + lc - 1$  mais est limité à  $J$ . Nous calculerons  $\text{valf}$  en sommant les valeurs de  $F(k)$  données par la formule de  $k$  à  $\lim$  , sauf pour la fonction de type binomiale pour laquelle nous prendrons la valeur de  $F$  au milieu de la classe, multipliée par la valeur de la classe.

Nous nous servirons d'une fonction calculant des sommes d'exponentielles

$$\sum_{i=m}^n \text{val}^i$$



```

somex ( val, m, n )
aux = valm
somex = aux
pour i = m+1 à n
    aux = aux val
    somex = somex + aux .

```

D'où :

```

1 ) si typ ( stat ) = 0
    si lim = 0
        si k = 0 et f0 ( stat ) ≠ -1
            valf = f0 ( stat )
        sinon
            si k = 1 et f0 ( stat ) ≠ -1
                maxpre = 0
            sinon
                maxpre = IS ( stat ) -1
            accprm ( seg )
            tant que k > maxcl ( seg )
                maxpre = maxcl ( seg )
            accsvt ( seg )
            lim = maxcl ( seg )
            valf = val ( seg ) ( lim - k + 1 ) / ( lim - maxpre )
        sinon
            accsvt ( seg )
            lim = maxcl ( seg )
            valf = val ( seg )

```

```

2 ) si typ ( stat )  $\neq$  0
    si k = 0 , valf = f0 ( stat )
    sinon :
3 ) si typ ( stat ) = 12 ou 13
    lim = k
    si k = 1 , valf = par1 ( stat )
    si k = 2 , valf = par2 ( stat )
4 ) si typ ( stat ) = 5, 6, 7 ou 8
    si J  $\leq$  30
        lim = k
        valf = par1 ( stat )
    sinon :
        lc = int ( J/30 ) + 1
        lim = k + lc - 1
        si lim > JS ( stat ) , lim = JS ( stat )
        valf = par1 ( stat ) ( lim - k + 1 )
5 ) si typ ( stat ) = 1, 2, 3, 4, 9, 10 ou 11
    si J  $\leq$  30
        lim = k
    sinon :
        lc = int ( ( J-9 ) / 21 ) + 1
        si typ ( stat ) = 1
            max = int ( moy ( stat ) ( JS ( stat )+1 ) / JS(stat))
        si typ ( stat ) = 2, 3, ou 9
            max = 0
        si typ ( stat ) = 4
            max = int ( moy ( stat ) )

```

```

si typ ( stat ) = 10 ou 11
    max = k0 ( stat )
si max - 4 ≤ 0 , max = 5
si k < max - 4
    lim = k + lc - 1
    si lim > max - 5 , lim = max - 5
sinon :
    si k ≤ max + 4
        lim = k
    sinon:
        lim = k + lc - 1
        si lim > JS ( stat ) , lim = JS ( stat )
si typ ( stat ) = 1
    valk = ( k + lim ) / 2
    valk = Cmn ( JS ( stat ) , valk )
            ( par1 ( stat ))valk
            ( 1 - par1 ( stat ))JS ( stat ) - valk
si typ ( stat ) = 2
    valf = ( 1 - par1 ( stat ))k
            - ( 1 - par1 ( stat ))lim + 1
si typ ( stat ) = 3
    valf = ( 1 - par1 ( stat ))k-1
            - ( 1 - par1 ( stat ))lim
si typ ( stat ) = 4
    aux = f0 ( stat )
    pour ind = 1 à k
        aux = aux moy ( stat ) / ind

```



```

valf = aux
pour ind = k + 1 à lim
    aux = aux moy ( stat ) / ind
    valf = valf + aux
si typ ( stat ) = 9
    aux = 1 / par1 ( stat )
    valf = somex ( aux, k, lim )
si typ ( stat ) = 10
    si k0 ( stat ) ≥ k
        aux = p
        valf = somex ( aux, k, lim )
                / ( par1 ( stat ) )k0 ( stat )
    sinon
        aux = 1 / par1 ( stat )
        valf = somex ( aux, k, lim )
                ( par1 ( stat ) )k0 ( stat )
    valf = valf par2 ( stat )
si typ ( stat ) = 11
    aux = 1 / par1 ( stat )
    si k0 ( stat ) ≥ k
        valf = lim - k + 1 - somex ( aux, k, lim )
    sinon
        valf = somex ( aux, k, lim )
                / ( ( par1 ( stat ) )k0 ( stat ) - 1 )
    valf = valf par2 ( stat )

```

8.4 - Module  $\pi$ .8.4.1 -  $\text{somp1} ( i, j, k, p, N )$ 

A partir de la formule (4.3.1) on a :

$\text{somp1} = 0$

pour  $l = i$  à  $j$

$\text{somp1} = \text{somp1} + \pi ( k, l, p, N )$

8.4.2 -  $\text{somp2} ( i, j, p, N )$ 

$\text{somp2} = 0$

pour  $l = i$  à  $j$

$\text{somp2} = \text{somp2} + \pi ( j, l, p, N ) / ( l + 1 )$

8.4.3 -  $\pi ( k, l, p, N )$ 

A partir des calculs effectués par Monsieur Hainaut, on peut dire que la valeur de la fonction hypergéométrique  $\pi ( k, l, p, N )$  peut être approchée par la fonction binomiale

$$C_k^l p^k (1-p)^{k-l}$$

quand

$$p > 0.1$$

et

$$N > 500 \text{ ou } k < N / 5$$

D'où

si  $p = 1$

si  $k = 1$ ,  $\pi = 1$

```

sinon pi = 0
sinon
  si p ≤ 0.1 ou ( N ≤ 500 et k ≥ N/5 )
    si N p < 1 ,      pi = 0
    sinon
      si N - N p < k - 1 ,      pi = 0
      sinon
        pi = Cmn ( N p, 1 ) Cmn ( N - N p, k - 1 )
              / Cmn ( N, k )
    sinon
      pi = Cmn ( k, 1 ) p1 ( 1-p )k-1

```

### 8.5 - Module $C_m^n$ -

En vue d'éviter des nombres trop grands, la valeur de  $C_m^n$  sera calculée par

si  $m > 40$

$$f(m,n) = \frac{12}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{n(m-n)}{m}} \left(\frac{m}{m-n}\right)^m \left(\frac{m-n}{n}\right)^n \frac{1}{1 + \frac{144 n (m-n)}{12 m + 1}}$$

sinon, par la formule classique :

$$\frac{m!}{n! (m-n)!}$$

dans laquelle on aura préalablement simplifié par la factorielle la plus grande  $n!$  ou  $(m-n)!$

D'où :

$Cmn ( m, n )$

si  $m \leq 40$



```

si m - n > n , k = n
    sinon k = m - n
Cmn = 1
pour l = 1 à k
    Cmn = Cmn ( m - k + 1 ) / l
sinon
    Cmn = f ( m, n )      ( voir ci dessus )

```

#### 8.6 - Module valeur d'item.

##### 8.6.1 - sup ( T1, T2, N, type )

```

1 ) si type = 1
    A = T1 ( 1 ) 10T1 ( 2 )
    B = T2 ( 1 ) 10T2 ( 2 )
    sup = ( A > B )
2 ) si type = 2
    sup = ( T1 ( 1 ) > T2 ( 1 ) )
3 ) si type = 3
    ind = 1
    tant que T1 ( ind ) = T2 ( ind ) et ind < N
        ind = ind + 1
    sup = T1 ( ind ) > T2 ( ind )

```

##### 8.6.2 - égal ( T1, T2, N )

```

ind = 1
tant que T1 ( ind ) = T2 ( ind ) et ind < N
    ind = ind + 1

```

égal = ( T1 ( ind ) = T2 ( ind ) )

### 8.6.3 - affect ( T1, T2, N )

pour ind = 1 à N

T1 ( ind ) = T2 ( ind )

### 8.6.4 - nbrval ( T1, T2, N, type )

1.) si type = 1

Les valeurs sont réelles: le nombre de valeurs dans la classe T1, T2 est la distance entre les deux nombres.

D'où

$$\text{nbrval} = T2(1) 10^{T2(2)} - T1(1) 10^{T1(2)}$$

2 ) si type = 2

Le nombre de valeurs dans ce cas est le nombre d'entiers entre T1 (1) et T2 (1), y compris les extrémités.

D'où

$$\text{nbrval} = T2(1) - T1(1) + 1$$

3) si type = 3

Dans ce cas, nous considérons 27 valeurs possibles pour les N caractères de la chaîne.

D'où

$$\text{ind} = 1$$

$$\text{tant que } T1(\text{ind}) = T2(\text{ind}) \text{ et } \text{ind} < N$$

$$\text{ind} = \text{ind} + 1$$

$$\text{nbrval} = ( T2(\text{ind}) - T1(\text{ind}) - 1 ) 27^{N-\text{ind}}$$

$$\text{tant que } \text{ind} < N$$

```

ind = ind + 1
nbrval = nbrval + ( 26- T1 (ind) +T2(ind) ) 27N-ind
nbrval = nbrval + 2

```

### 8.7 - Module statistique.

L'algorithme se base sur la représentation de stat par un tableau de 9 nombres réels :

```

stat (1) donne le type de F
stat (2)  "   la moyenne de F
stat (3)  "   la valeur de F en 0
stat (4)  "   la valeur de  $k_0$  pour F
stat (5)  "   le premier paramètre de F
stat (6)  "   le deuxième paramètre de F
stat (7)  "   la valeur de I pour F
stat (8)  "   la valeur de J pour F
stat (9)  "   le nombre de cibles.

```

A partir de là, chaque interface donne lieu à une égalité.

### 8.8 - Module classe.

L'algorithme se base sur la représentation de seg par un tableau de trois nombres réels:

```

seg (1) donne le sens de la relation
seg (2)  "   la limite supérieure de la classe
seg (3)  "   la valeur de la probabilité.

```

D'où les deux interfaces se réduisent à des égalités.



## 9 - C O N C L U S I O N

Les travaux présentés par ce mémoire mettent à la disposition de ceux qui seront chargés du développement ultérieur du projet, les calculs de probabilités et de coûts qui devront leur permettre une évaluation aussi approchée que possible des performances des algorithmes d'accès.

Les résultats obtenus sont des moyennes . Il n'a pas paru nécessaire de développer des formules et des calculs relatifs aux écarts. En effet, cela aurait demandé, dans la description statistique de la base de données, une précision que l'utilisateur ne pourra pas fournir la plupart du temps.

Nous espérons avoir contribué de la sorte, de manière modeste mais efficace, au succès final du projet ISDOS .

---

## B I B L I O G R A P H I E

J.L. HAINAUT - Evaluation d'une base de données par  
modèle probabiliste.

- Some tools for data independence in  
multilevel data base systems.
- Calcul des probabilités et calcul des coûts.

KNUTH - The art of programming I :  
Fundamental algorithms.

---

A N N E X E IRESULTATS DES CALCULS.

Les calculs ont été faits pour les relations suivantes:

1) adjoint ( PERSONNE , COURS ) caractérisée par

$$m = 0.47$$

$$F(0) = 0.825$$

$$I = 0$$

$$J = 10$$

$$N_A = 385$$

$$N_B = 872$$

2) CCD ( COURS , COURS-DONNE )

$$m = 2$$

$$F(0) = 0.0045$$

$$I = 0$$

$$J = 11$$

$$N_A = 872$$

$$N_B = 1724$$

3) titulaire ( PERSONNE , COURS )

$$m = 2.28$$

$$F(0) = 0.61$$

$$I = 0$$

$$J = 27$$

$$N_A = 385$$

$$N_B = 872$$



Les calculs ont été effectués pour :

- 1) la fonction réelle (R)
- 2) l'approximation par la fonction de poisson (P)
- 3) l'approximation par la fonction géométrique 0 (G)
- 4) l'approximation par la fonction binomiale (B)
- 5) l'approximation par la fonction uniforme , cas  $I = 0$  ,  
la moyenne étant connue (UM)
- 6) l'approximation par la fonction uniforme , cas  $I = 0$  ,  
J étant connu (UJ)
- 7) l'approximation par la fonction uniforme , cas  $I = 0$  ,  
F(0) et J étant connus (UF)
- 8) l'approximation par la fonction de type exponentielle  
décroissante (ED) .

1.  $\text{pr}(r : \text{TS } B(C_B))$

1.1 adjoint

p	R	P	G
0.001	0.00005504	0.00029382	0.00068049
0.01	0.00055443	0.00294442	0.00682454
0.1	0.00597334	0.03007636	0.07027407
0.5	0.04409473	0.16556858	0.40485830
0.8	0.10241120	0.28528049	0.73126055

p	B	UM	UJ
0.001	0.00030481	0.00051546	0.00009100
0.01	0.00305420	0.00515464	0.00091827
0.1	0.03115961	0.05154639	0.01010101
0.5	0.17044080	0.25773196	0.09082031
0.8	0.29196277	0.41237113	0.32459121

p	UF	ED
0.001	0.00004354	0.00006369
0.01	0.00043939	0.00063456
0.1	0.00483285	0.00673883
0.5	0.04078125	0.04650011
0.8	0.10272960	0.10392881

## 1.2 CCD

P	R	P	G
0.001	0.00045036	0.00027094	0.00033356
0.01	0.00453607	0.00273395	0.00335570
0.1	0.04867106	0.02996361	0.03571429
0.5	0.32791016	0.23254416	0.24999859
0.8	0.66376244	0.53498476	0.57086110

p	B	UM	UJ
0.001	0.00026916	0.00020020	0.00008342
0.01	0.00271869	0.00202020	0.00084175
0.1	0.03008176	0.02222000	0.00925926
0.5	0.24050520	0.18750000	0.08329264
0.8	0.55535336	0.47232000	0.30470022

p	UF	ED
0.001	0.00033217	0.00049459
0.01	0.00335185	0.00496841
0.1	0.03683350	0.05205589
0.5	0.29035417	0.33037177
0.8	0.64773867	0.66234679



## 1.3 titulaire

P	R	P	G
0.001	0.00009404	0.00023347	0.00030509
0.01	0.00094420	0.00235887	0.00307012
0.1	0.00986260	0.02619348	0.03276540
0.5	0.06691947	0.21753482	0.23364486
0.8	0.16813448	0.53152963	0.54945048

P	B	UM	UJ
0.001	0.00023028	0.00018004	0.00003575
0.01	0.00232784	0.00181673	0.00036075
0.1	0.02598253	0.01998381	0.00396825
0.5	0.21963492	0.17423561	0.03571429
0.8	0.53898955	0.48368345	0.14251174

P	UF	ED
0.001	0.00003549	0.00006497
0.01	0.00035813	0.00065463
0.1	0.00393939	0.00708293
0.5	0.03543723	0.05571353
0.8	0.12963609	0.15635391

2.  $\text{pr} ( r : 1 - B ( C_B ) )$

2.1 adjoint

p	R	P	G
0.001	0.00048024	0.00046989	0.00047331
0.01	0.00473496	0.00468897	0.00468119
0.1	0.04044163	0.04591260	0.04489123
0.5	0.13090527	0.20942915	0.19028340
0.8	0.16195356	0.31339767	0.27325581

p	B	UM	UJ
0.001	0.00046990	0.	0.00498503
0.01	0.00469007	0.	0.04852958
0.1	0.04601831	0.02061856	0.37619145
0.5	0.21164382	0.22680412	0.81827060
0.8	0.31835831	0.38144330	0.88636364

p	UF	ED
0.001	0.00043457	0.00046928
0.01	0.00430672	0.00462787
0.1	0.03936315	0.04055958
0.5	0.13321875	0.12849989
0.8	0.16314240	0.16052577

## 2.2 CCD

P	R	P	G
0.001	0.00198352	0.00199800	0.00959617
0.01	0.01965889	0.01980133	0.02630556
0.1	0.18064045	0.18126925	0.16848065
0.5	0.66758984	0.63212056	0.50000094
0.8	0.89047819	0.79810348	0.61538462

P	B	UM	UJ
0.001	0.00199818	0.00199800	0.00548171
0.01	0.01981917	0.01980100	0.05320726
0.1	0.18277476	0.18098000	0.40202461
0.5	0.64950610	0.61250000	0.83337402
0.8	0.82254557	0.75008000	0.89583333

P	UF	ED
0.001	0.00198967	0.00199801
0.01	0.01977760	0.01980241
0.1	0.18615850	0.18180373
0.5	0.70514583	0.66512823
0.8	0.91320533	0.88555677



## 2.3 titulaire

p	R	P	G
0.001	0.00098568	0.00227740	0.00231150
0.01	0.01976664	0.02254204	0.02231965
0.1	0.14691203	0.20387574	0.18566936
0.5	0.32308053	0.68018098	0.53271028
0.8	0.36911774	0.83862106	0.64589235

p	B	UM	UJ
0.001	0.00227750	0.	0.01338373
0.01	0.02255146	0.	0.12399745
0.1	0.20464611	0.15726799	0.66154813
0.5	0.68804443	0.64590827	0.92857143
0.8	0.84870657	0.77519424	0.95535714

p	UF	ED
0.001	0.00233222	0.00226963
0.01	0.02263727	0.02180232
0.1	0.17104320	0.15514869
0.5	0.35456277	0.33428647
0.8	0.38113636	0.37441452

3.pr ( r : 8 E B ( C<sub>B</sub> ) )

3.1 adjoint

p	R	P	G
0.001	0.00000500	0.	0.00000011
0.01	0.00005000	0.	0.00000109
0.1	0.00050000	0.	0.00001092
0.5	0.00250000	0.00000001	0.00005460
0.9	0.00450000	0.00000004	0.00009829

p	B	UF
0.001	0.	0.
0.01	0.	0.
0.1	0.	0.
0.5	0.	0.
0.9	0.	0.

3.2 CCD

p	R	P	G
0.001	0.00001250	0.00000110	0.00003902
0.01	0.00012500	0.00001097	0.00039018
0.1	0.00125000	0.00010967	0.00390184
0.5	0.00625000	0.00054836	0.01950922
0.9	0.01125000	0.00098705	0.03511660

p	B	UF
0.001	0.00000012	0.
0.01	0.00000116	0.
0.1	0.00001163	0.
0.5	0.00005814	0.
0.9	0.00010466	0.

## 3.3 titulaire

p	R	P	G
0.001	0.00009980	0.00000246	0.00005451
0.01	0.00099800	0.00002456	0.00054511
0.1	0.00998000	0.00024561	0.00545115
0.5	0.04990000	0.00122806	0.02725574
0.9	0.08982000	0.00221051	0.04906034

p	B	UF
0.001	0.00000132	0.00014182
0.01	0.00001323	0.00141818
0.1	0.00013233	0.01418182
0.5	0.00066164	0.07090909
0.9	0.00119096	0.12763636

4. pr ( r : 5 E B ( C<sub>B</sub> ) )

## 4.1 adjoint

p	R	P	G
0.001	0.00002100	0.00000013	0.00000334
0.01	0.00021000	0.00000129	0.00003341
0.1	0.00210000	0.00001295	0.00033412
0.5	0.01050000	0.00006474	0.00167060
0.9	0.01890000	0.00011653	0.00300708

p	B	UF
0.001	0.00000005	0.
0.01	0.00000047	0.
0.1	0.00000474	0.
0.5	0.00002368	0.
0.9	0.00004262	0.



## 4.2 CCD

P	R	P	G
0.001	0.00006250	0.00005265	0.00013169
0.01	0.00062500	0.00052653	0.00131687
0.1	0.00625000	0.00526530	0.01316872
0.5	0.03125000	0.02632651	0.06584362
0.9	0.05625000	0.04738772	0.11851852

P	B	UF
0.001	0.00003474	0.
0.01	0.00034745	0.
0.1	0.00347448	0.
0.5	0.01737240	0.
0.9	0.03127033	0.

## 4.3 titulaire

P	R	P	G
0.001	0.00016580	0.00008143	0.00016229
0.01	0.00165800	0.00081430	0.00162295
0.1	0.01658000	0.00814300	0.01622950
0.5	0.08290000	0.04071499	0.08114748
0.9	0.14922000	0.07328699	0.14606546

P	B	UF
0.001	0.00007258	0.00024818
0.01	0.00072580	0.00248182
0.1	0.00725799	0.02481818
0.5	0.03628996	0.12409091
0.9	0.06532192	0.22336364

5. pr ( r : 2 E B ( C<sub>B</sub> ) )

5.1 adjoint

p	R	P	G
0.001	0.00011900	0.00008125	0.00010223
0.01	0.00119000	0.00081247	0.00102226
0.1	0.01190000	0.00812467	0.01022259
0.5	0.05950000	0.04062333	0.05111296
0.9	0.10710000	0.07312200	0.09200333

p	B	UF
0.001	0.00007734	0.00013050
0.01	0.00077341	0.00130500
0.1	0.00773415	0.01305000
0.5	0.03867073	0.06525000
0.9	0.06960731	0.11745000

5.2 CCD

p	R	P	G
0.001	0.00054550	0.00059399	0.00044444
0.01	0.00545500	0.00593994	0.00444444
0.1	0.05455000	0.05939942	0.04444444
0.5	0.27275000	0.29699708	0.22222222
0.9	0.49095000	0.58805421	0.40000000

p	B	UF
0.001	0.00062115	0.00066367
0.01	0.00621150	0.00663667
0.1	0.06211500	0.06636667
0.5	0.31057502	0.33183333
0.9	0.55903503	0.59730000

## 5.3 titulaire

p	R	P	G
0.001	0.00029600	0.00066451	0.00048319
0.01	0.00296000	0.00664508	0.00483195
0.1	0.02960000	0.06645078	0.04831945
0.5	0.14800000	0.33225390	0.24159726
0.9	0.26640000	0.59805702	0.43487507

p	B	UF
0.001	0.00067763	0.00035455
0.01	0.00677634	0.00354545
0.1	0.06776344	0.03545455
0.5	0.33881722	0.17727273
0.9	0.60987100	0.31909091

6.  $\text{pr} ( r : i \text{ E } - j \text{ E } \text{ B } ( C_B ) )$

6.1 adjoint ,  $p = 0.1$

i	j	R	UF	ED
1	4	0.00597550	0.00486063	0.00674155
2	6	0.00473349	0.00485625	0.00434099
3	8	0.00333404	0.00481250	0.00279623
4	DE	0.00234030	0.00437500	0.00180122
7	DE	0.00030330	0.	0.00048144
1	2	0.00670000	0.00568750	0.00742427
1	1	0.01750000	0.01750000	0.01750000



6.2 adjoint ,  $p = 0.5$ 

i	j	R	UF	ED
1	4	0.04518750	0.04101563	0.04777070
2	6	0.03340625	0.03828125	0.03017755
3	8	0.02243750	0.03281250	0.01932160
4	DE	0.01375781	0.02187500	0.01242469
7	DE	0.00206250	0.	0.00328644
1	2	0.05750000	0.05468750	0.05951186
1	1	0.08750000	0.08750000	0.08750000

6.3 adjoint ;  $p = 0.9$ 

i	j	R	UF	ED
1	4	0.13726350	0.13541063	0.13835220
2	6	0.09466461	0.10670625	0.08746590
3	8	0.06023812	0.07481250	0.05553134
4	DE	0.03541751	0.03937500	0.03529496
7	DE	0.00685530	0.	0.00855662
1	2	0.14670000	0.14568750	0.14742427
1	1	0.15750000	0.15750000	0.15750000

6.4 CCD ,  $p = 0.1$ 

i	j	R	UF	ED
1	4	0.04867705	0.03683350	0.05206191
2	6	0.03671070	0.03650167	0.02622015
3	8	0.00710553	0.03318333	0.01320674
4	DE	0.00605527	0.	0.00665209
7	DE	0.00027352	0.	0.00085005
1	2	0.05045500	0.03982000	0.05444550
1	1	0.09955000	0.09955000	0.09955000

6.5 CCD ,  $p = 0.5$ 

i	j	R	UF	ED
1	4	0.33065625	0.29035417	0.33301672
2	6	0.20617188	0.24887500	0.16672801
3	8	0.05169531	0.16591667	0.08385118
4	DE	0.03828125	0.	0.04221671
7	DE	0.00325000	0.	0.00538939
1	2	0.36137500	0.33183333	0.37245973
1	1	0.49775000	0.49775000	0.49775000

6.6 CCD ,  $p = 0.9$ 

i	j	R	UF	ED
1	4	0.82304505	0.80934150	0.82117964
2	6	0.45734666	0.56743500	0.41136373
3	8	0.14647349	0.29865000	0.20659239
4	DE	0.09722161	0.	0.10381203
7	DE	0.01120248	0.	0.01303517
1	2	0.84685500	0.83622000	0.85084549
1	1	0.89595000	0.89595000	0.89595000

6.7 titulaire ,  $p = 0.1$ 

i	j	R	UF	ED
1	4	0.00987900	0.00396382	0.00710137
2	6	0.00462719	0.00394113	0.00591424
3	8	0.00465983	0.00393950	0.00493635
4	DE	0.00499746	0.00393939	0.00412088
7	DE	0.00245649	0.00393935	0.00239755
1	2	0.01237200	0.00709091	0.00974247
1	1	0.03900000	0.03900000	0.03900000



## 6.8 titulaire , p = 0.5

i	j	R	UF	ED
1	4	0.07597500	0.04875000	0.06576476
2	6	0.04316875	0.03988636	0.04998477
3	8	0.03928438	0.03656250	0.04002441
4	DE	0.03455575	0.03531605	0.03241441
7	DE	0.01744600	0.03434659	0.01885886
1	2	0.12130000	0.10636364	0.00974247
1	1	0.19500000	0.19500000	0.19500000

## 6.9 titulaire , p = 0.9

i	j	R	UF	ED
1	4	0.28902780	0.27256745	0.28335058
2	6	0.20584791	0.23534869	0.22596308
3	8	0.17302031	0.20603891	0.18196506
4	DE	0.12958240	0.18173274	0.13655522
7	DE	0.07361783	0.13067092	0.07933543
1	2	0.32533200	0.31909091	0.32174247
1	1	0.35100000	0.35100000	0.35100000

## 7. r : i E - j E B S

## 7.1 adjoint

i	j	m'		m''	
		R	ED	R	ED
2	5	0.263	0.257	0.438	0.432
1	4	0.416	0.403	0.416	0.403
2	DE	0.306	0.295	0.481	0.470
1	DE	0.481	0.470	0.481	0.470
1	1	0.175	0.175	0.175	0.175
7	DE	0.024	0.021	0.481	0.470
2	3	0.196	0.183	0.371	0.358
3	7	0.171	0.173	0.466	0.460

## 7.2 CCD

i	j	m'		m''	
		R	ED	R	ED
2	5	0.914	0.944	1.910	1.939
1	4	1.847	1.876	1.847	1.876
2	DE	0.990	1.004	1.986	2.000
1	DE	1.986	2.000	1.986	2.000
1	1	0.996	0.995	0.996	0.995
7	DE	0.037	0.029	1.986	2.000
2	3	0.731	0.753	1.821	1.749
3	7	0.423	0.490	1.964	1.987

## 7.3 titulaire

		m'		m''	
i	j	R	ED	R	ED
2	5	0.934	1.010	1.325	1.400
1	4	1.158	1.212	1.158	1.212
2	DE	1.805	1.890	2.196	2.280
1	DE	2.196	2.280	2.196	2.280
1	1	0.391	0.390	0.391	0.390
7	DE	0.732	0.724	2.196	2.280
17	DE	0.088	0.081	2.196	2.280
2	3	0.553	0.596	0.944	0.986
3	7	0.900	0.971	1.588	1.686



## ANNEXE 2 - FORMULES IMPLEMENTEES

### 1 - Probabilité d'un critère de relation

#### 1.1 - pr ( r : i - j B (C<sub>B</sub>) )

##### 1.1.1 - cas général, p < 1.

$$\text{pr} = \sum_{k=1}^J F(k) \sum_{s=1}^a \pi(k, s)$$

$$a = \inf(k, j)$$

##### 1.1.2 - cas TS, p < 1.

$$\text{pr} = \sum_{k=1}^J F(k) \pi(k, k)$$

##### 1.1.3 - cas i-, p < 1.

$$\text{pr} = 1 - \sum_{k=0}^J F(k) \sum_{s=0}^b \pi(k, s)$$

$$b = \inf(k, i - 1)$$

##### 1.1.4 - cas j+, p < 1

$$\text{pr} = \sum_{k=0}^J F(k) \sum_{s=0}^a \pi(k, s)$$

$$a = \inf(k, j)$$

1.1.5 - cas général,  $p = 1$ .

$$pr = \sum_{k=1}^J F(k)$$

1.1.6 - cas  $i-$ ,  $p = 1$ .

$$pr = 1 - \sum_{k=0}^{i-1} F(k)$$

1.1.7 - cas  $j+$ ,  $p = 1$ .

$$pr = \sum_{k=0}^j F(k)$$

1.2 -  $pr (r : i \in -j \in B(C_B))$

1.2.1 - cas général.

$$pr = \sum_{k=1}^J F(k) \prod (b, b)$$

$$b = \inf(k, j) - i + 1$$

1.2.2 - cas  $i \in$ ,  $i > 1$ .

$$pr = p \left( 1 - \sum_{k=0}^{i-1} F(k) \right)$$

1.2.3 - cas 1 E .

$$pr = p ( 1 - F (o) )$$

1.2.4 - cas D E .

$$pr = p ( 1 - F (o) )$$

1.2.5 - cas 1 E - D E .

$$pr = \sum_{k=1}^J F(k) \pi ( k - i + 1 , k - i + 1 )$$

2 - Boucle d'accès sans ordre next et exit.2.1 - [ r : TS B (C<sub>B</sub>) S ] .

$$m' = m p$$

$$m'' = m$$

2.2 - [ r : i E - j E B (C<sub>B</sub>) S ] .2.2.1 - cas général, p < 1.

$$m' = \sum_{k=1}^J F(k) \sum_{s=i}^k ( s^* - i + 1 ) \pi ( k, s )$$

$$s^* = \inf ( s, j )$$



S'il existe un compteur de cibles :

$$m'' = \sum_{k=1}^j k F(k) + \sum_{k=j+1}^J F(k) \left( k \sum_{s=0}^{j-1} \pi(k,s) + j(k+1) \sum_{s=j}^k \frac{\pi(k,s)}{s+1} \right)$$

Sinon :

$$m'' = \sum_{k=1}^j k F(k) + \sum_{k=j+1}^J F(k) \left( k \sum_{s=0}^{j-1} \pi(k,s) + j(k+1) \sum_{s=j}^k \frac{\pi(k,s)}{s+1} \right)$$

### 2.2.2 - cas $p = 1$ .

$$m' = \sum_{k=1}^J F(k) (k^* - i + 1)$$

$$k^* = \inf(k, j)$$

S'il existe un compteur de cibles :

$$m'' = \sum_{k=1}^j k F(k) + j \sum_{k=j+1}^J F(k)$$

Sinon :

$$m'' = \sum_{k=1}^j k F(k) + j \sum_{k=j+1}^J F(k)$$

2.2.3 - cas 1 E - D E .

$$m' = p m$$

$$m'' = m$$

2.2.4 - cas 1 E - D E , sans compteur de cibles.

$m'$  est donné par la formule générale où  $j = J$  ,

$$m'' = m$$

2.2.5 - cas 1 E ,  $p < 1$ .

$m'$  est donné par la formule générale,

$$m'' = m + \sum_{k=2}^J F(k) \sum_{s=1}^k \pi(k,s) \left( 1 - \frac{s(k+1)}{s+1} \right)$$

3. - Boucle d'accès avec ordre next ou exit.3.1 -  $[r : TS \ B(C_B) \ S]$ 3.1.1 cas général,  $p < 1$ .

$$m' = \frac{1}{1 - p_N} \left( 1 - \sum_{k=0}^J F(k) \sum_{s=0}^k \pi(k,s) p_N^s \right)$$

$$m'' = \sum_{k=1}^J F(k) \sum_{s=0}^k \pi(k,s) \left( \frac{k+1}{s+1} \frac{1-p_N^s}{1-p_N} + p_N^s \frac{k-s}{s+1} \right) .$$

3.1.2 - cas  $p = 1$ .

$$m' = \frac{1}{1 - p_N} \left( 1 - \sum_{k=0}^J F(k) p_N^k \right) .$$

$$m'' = m'$$

$$3.2 - [r : i E - j E B (C_D) S].$$

3.2.1 - cas général ,  $v < 1$  .

$$m' = \frac{1}{1 - p_N} \sum_{k=1}^J F(k) \sum_{s=1}^k \pi(k, s) (1 - p_N^{s^* - i + 1}) .$$

$$s^* = \inf(s, j) .$$

Si on pose :

$$\begin{aligned} m''_0 &= \sum_{k=1}^J F(k) \left( \sum_{s=0}^{i-1} k \pi(k, s) \right. \\ &+ \sum_{s=1}^{k^*} \frac{\pi(k, s)}{s+1} \left( (k+1) \left( i-1 + \frac{1}{1-p_N} \right) - \left( s - \frac{1 + kp_N}{1-p_N} \right) p_N^{s-i+1} \right) \\ &+ (k+1) \left( i-1 + \frac{1 - p_N^{j-i+1}}{1-p_N} \right) \sum_{s=j+1}^k \frac{\pi(k, s)}{s+1} \end{aligned}$$

s'il existe un compteur de cibles :

$$m'' = m''_0$$

sinon :

$$m'' = \sum_{k=1}^{i-1} k F(k) + m''_0$$



3.2.2 - cas  $p = 1$ .

$$m' = \frac{1}{1 - p_N} \sum_{k=1}^J F(k) (1 - p_N^{k^*} - i + 1)$$

$$k^* = \inf(k, j)$$

si on pose:

$$m''_0 = \sum_{k=1}^J F(k) (i - 1 + \frac{1 - p_N^b}{1 - p_N})$$

$$\text{où } b = \inf(k, j) - i + 1,$$

s'il existe un compteur de cibles:

$$m'' = m''_0$$

sinon :

$$m'' = \sum_{k=1}^{i-1} k F(k) + m''_0$$

3.2.3 - cas  $1 \leq D \leq E$ .

$m'$  et  $m''$  sont donnés par les formules du cas TS (voir A.II / 3.1)

4 - Coût d'évaluation d'un critère de relation.4.1 - pr (  $r : i : j$   $B(C_B)$  ).4.1.1 - cas général,  $p < 1$ , sans compteur de cibles.

$$m_1 = m_2 = \sum_{k=1}^j k F(k) + \sum_{k=j+1}^J F(k) \left( k \sum_{s=0}^j \pi(k, s) + (j+1)(k+1) \sum_{s=j+1}^k \frac{\pi(k, s)}{s+1} \right)$$

4.1.2 cas général,  $p < 1$ , avec compteur de cibles.

$$m_1 = m_2 = \sum_{k=1}^j F(k) \left( k \sum_{s=0}^{i-1} \pi(k, s) + 1(k+1) \sum_{s=1}^k \frac{\pi(k, s)}{s+1} \right) + \sum_{k=j+1}^J F(k) \left( k \sum_{s=0}^j \pi(k, s) + (j+1)(k+1) \sum_{s=j+1}^k \frac{\pi(k, s)}{s+1} \right)$$

4.1.3 cas  $p = 1$ , sans compteur de cibles.

$$m_1 = m_2 = j+1 - \sum_{k=0}^j (j+1-k) F(k)$$

4.1.4 cas  $p = 1$ , avec compteur de cibles.

$$m_1 = m_2 = 0$$

4.1.5 cas  $i = j$ ,  $p < 1$ , avec compteur de cibles.

Le premier terme de A II / 4.1.2 est remplacé par  $i F(i)$ .

4.1.6 cas  $j+$ ,  $p < 1$ , avec compteur de cibles.

Le premier terme de A II / 4.1.2 est nul.

4.1.7 cas  $i-$ ,  $p < 1$ , avec compteur de cibles.

$$m_1 = m_2 = \sum_{k=1}^J F(k) \left( k \sum_{s=0}^{i-1} \pi(k, s) + i(k+1) \sum_{s=1}^k \frac{\pi(k, s)}{s+1} \right)$$

4.1.8 cas  $i-$ ,  $p < 1$ , sans compteur de cibles.

Il faut ajouter à la formule précédente (4.1.7), le terme

$$\sum_{k=1}^{i-1} k F(k)$$



4.1.9 cas  $i = 1$ ,  $p = 1$ , sans compteur de cibles.

$$m_1 = m_2 = 1 - \sum_{k=0}^{i-1} (i - k) F(k)$$

4.1.10 cas TS,  $p < 1$ .

$$m_1 = m_2 = \sum_{k=1}^J F(k) \left( \sum_{s=0}^k \frac{\pi(k, s)}{k - s + 1} (k+1) - \pi(k, k) \right)$$

4.2 (  $r : i E - j E B(C_B)$  ).4.2.1 cas général, sans compteur de cibles.

$$m_1 = \sum_{k=1}^{i-1} k F(k) + \sum_{k=1}^J F(k) (i - 1 + \sum_{s=0}^{a-1} \pi(a, s) \frac{a+1}{a-s+1} + a \pi(a, a) )$$

$$a = \inf(k, j) - i + 1$$

$$m_2 = \sum_{k=1}^J F(k) \left( \sum_{s=0}^{a-1} \pi(a, s) \frac{a+1}{a-s+1} + a \pi(a, a) \right)$$

4.2.2 cas général, avec compteur de cibles.

$m_2$  est donné par sa valeur en 4.2.1 et  $m_1$  par le second terme de  $m_1$  en 4.2.1.

4.2.3 cas  $i = j$ , sans compteur de cibles.

$$m_1 = \sum_{k=1}^{i-1} k F(k) + i \sum_{k=1}^J F(k)$$

$$m_2 = \sum_{k=1}^J F(k)$$

4.2.4 cas  $i = j$ , avec compteur de cibles.

$$m_1 = i m_2$$

$$m_2 = \sum_{k=1}^J F(k)$$

4.2.5 cas D E

$$m_1 = m$$

$$m_2 = 1 - F(0)$$

### 5 - Nombre d'éléments dans une collection.

Si on note  $p (= B^*)$  la probabilité d'appartenance à  $B^*$  et  $B$  la nombre d'éléments de la collection, on a :

$$p (= B^*) = 1 - \sum_{k=0}^{J_s} F_s(k) \pi(k, 0),$$

où  $F_s$  est la fonction statistique associée à la relation inverse de  $R(A, B)$ .

#### 5.1 - Si on accède par la boucle $[r : TS \ B(C_B) \ S]$

On a :

$$\frac{V'_B}{NB} = p_{C_B} p (= B^*)$$

où  $p_{C_B}$  est la probabilité de  $C_B$ .

#### 5.2 - Si on accède par la boucle $[r : iE - jE \ B(C_B) \ S]$

On a

$$\frac{V'_B}{NB} = \frac{m'}{m} p (= B^*)$$

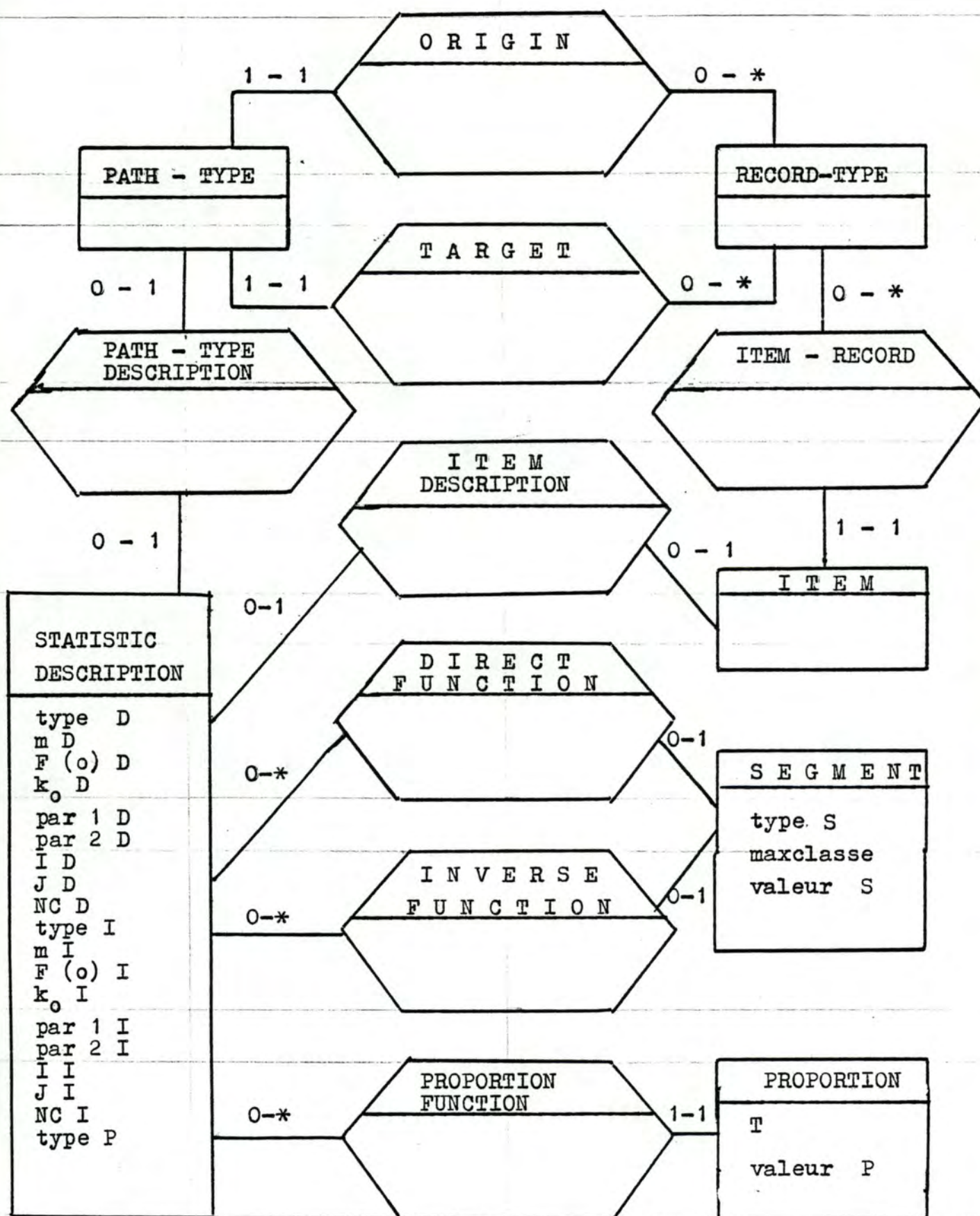


A N N E X E IIISCHEMA CONCEPTUELRéprésentation graphique

Le schéma développé pour le projet I S D O S n'a été repris que succinctement : les types d'entités, les types d'association et les propriétés dont il n'a pas été question dans ce travail ne sont pas repris.

Seuls figurent les types d'entité : path-type, record-type, item, et les associations origin, target et item-record.

\_\_\_\_\_ voir page suivante :



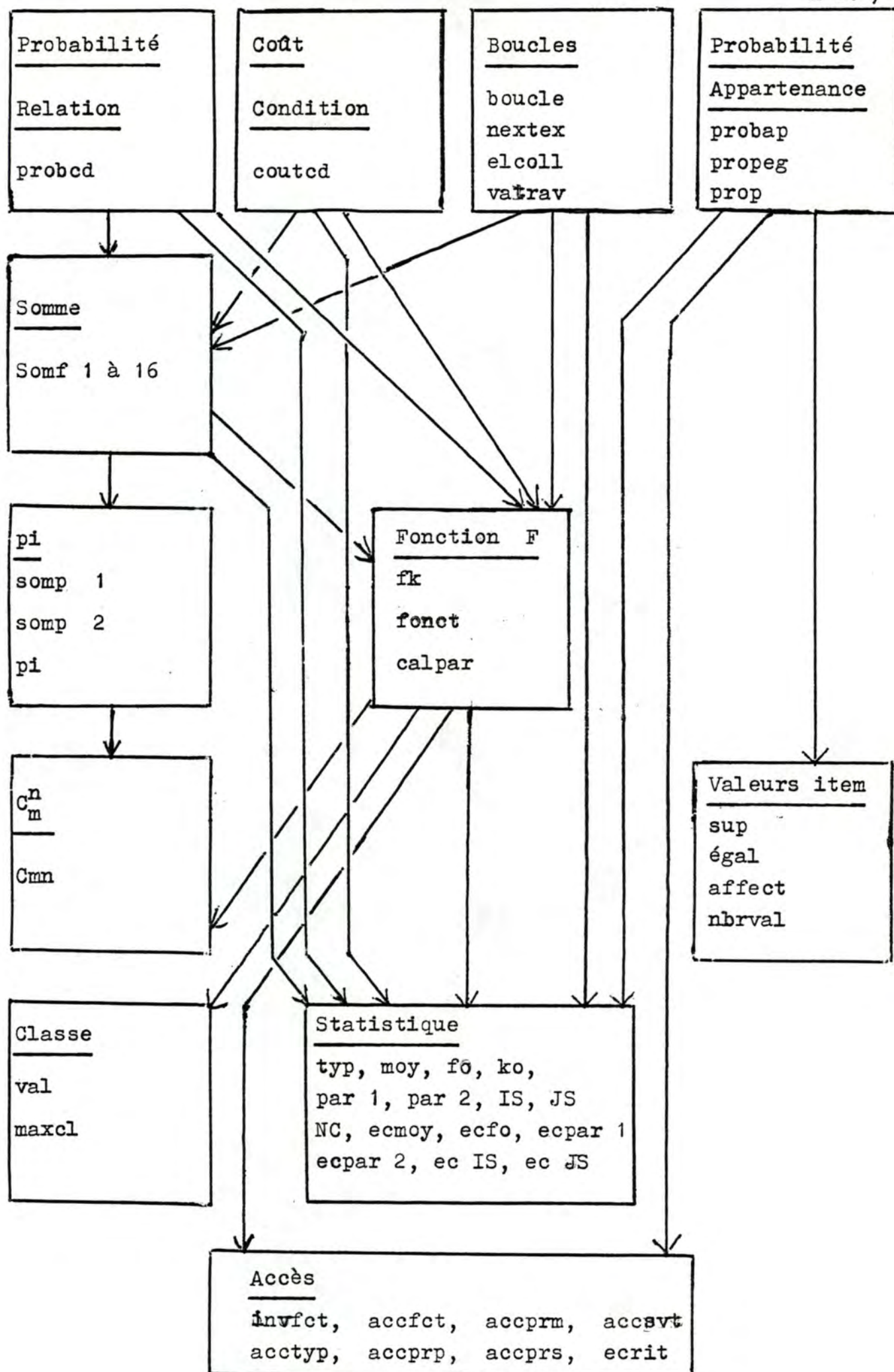
A N N E X E   I V

ARCHITECTURE

Représentation graphique

La hiérarchie est une hiérarchie "utilise" à 6 niveaux ,  
les flèches représente cette relation ;





A N N E X E    V

P R O G R A M M E S

SUBROUTINE PROPCD(IDENT,P,CAR,I,J,RES)

DIMENSION STAT(9) , IDENT(3)  
 REAL P , RES , STAT , SOME1 , SOME2 , SOME3 , FO  
 INTEGER IDENT , I , J , X , Y , JS  
 LOGICAL CAR

```

CALL FONCT(IDENT,STAT)
IF (J.GT.JS(STAT)) J = JS(STAT)
IF (.NOT.CAR) GO TO 100
IF (I.NE.-1) GO TO 40
IF (J.NE.-1) GO TO 30
IF (P - 1) 20 , 10 , 200
10  RES = 1 - FO(STAT)
   GO TO 200
20  X = 1
   Y = JS(STAT)
   RES = SOME3(STAT,X,Y,P)
   GO TO 200
30  X = 0
   Y = J
   GO TO 60
40  IF (J.NE.-1) GO TO 50
   X = 0
   Y = I - 1
   GO TO 60
50  X = I
   Y = J
60  IF (P - 1) 80 , 70 , 200
70  RES = SOME2(STAT,X,Y)
   GO TO 90
80  RES = SOME1(STAT,X,Y,P)
90  IF (J.EQ.-1) RES = 1 - RES
   GO TO 200
100 IF (I.EQ.J) GO TO 110
   X = I
   Y = J
   IF (J.EQ.-1) Y = JS(STAT)
   RES = SOME3(STAT,X,Y,P)
   GO TO 200
110 IF ((J.EQ.1).OR.(J.EQ.-1)) GO TO 120
   Y = I - 1
   X = 0
   RES = P * (1 - SOME2(STAT,X,Y))
   GO TO 200
120 RES = P * (1 - FO(STAT))
   GO TO 200
200 RETURN
END

```



SUBROUTINE BOUCLE (IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,RES)

DIMENSION RES(2) , STAT(9) , IDENT(3)  
 REAL P , RES , STAT , AUX , MOY  
 REAL SOME2 , SOME4 , SOME5 , SOME6 , SOME7 , SOME8  
 INTEGER IDENT , I , J , X , Y , JS  
 LOGICAL CAR , COMPT

CALL FONCT(IDENT,STAT)  
 IF (J.GT.JS(STAT)) J = JS(STAT)  
 IF (CAR.OR.(.NOT.CAR).AND.(I.EQ.1).AND.(J.EQ.-1)) GO TO 90  
 X = I  
 Y = J  
 IF (I.EQ.-1) X = JS(STAT)  
 IF (J.EQ.-1) Y = JS(STAT)  
 IF (P = 1) 20 , 10 , 200  
 10 RES(1) = SOME5(STAT,X,Y)  
 GO TO 30  
 20 RES(1) = SOME4(STAT,X,Y,P)  
 30 IF ((J.EQ.-1).AND.(.NOT.COMPT)) GO TO 90  
 IF ((I.EQ.1).AND.(J.EQ.1).AND.(P.NE.1)) GO TO 70  
 IF (.NOT.COMPT) X = 1  
 RES(2) = SOME6(STAT,X,Y)  
 IF (P = 1) 40 , 50 , 200  
 40 X = Y  
 Y = JS(STAT)  
 AUX = SOME7(STAT,X,Y,P)  
 GO TO 60  
 50 X = Y + 1  
 Y = JS(STAT)  
 AUX = (X - 1) \* SOME2(STAT,X,Y)  
 60 RES(2) = RES(2) + AUX  
 GO TO 200  
 70 RES(2) = MOY(STAT) + SOME8(STAT,P)  
 GO TO 200  
 80 RES(1) = P \* MOY(STAT)  
 90 RES(2) = MOY(STAT)  
 200 RETURN  
 END

SUBROUTINE NEXTEX(IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,PN,RES)

DIMENSION STAT(9) , IDENT(3) , RES(2)

REAL P , PN , RES , STAT

REAL SOME6 , SOME9 , SOME10 , SOME11 , SOME12 , SOME13 , SOME16

INTEGER IDENT , I , J , X , Y , JS

LOGICAL CAR , COMPT

CALL FONCT(IDENT,STAT)

IF (J.GT.JS(STAT)) J = JS(STAT)

IF (CAR.OR.(.NOT.CAR).AND.(I.EQ.1).AND.(J.EQ.-1)) GO TO 40

X = I

Y = J

IF (I.EQ.-1) X = JS(STAT)

IF (J.EQ.-1) Y = JS(STAT)

IF (P - 1) 10 , 20 , 200

10 RES(1) = SOME10(STAT,X,Y,P,PN)

RES(2) = SOME13(STAT,X,Y,P,PN)

GO TO 30

20 RES(1) = SOME11(STAT,X,Y,PN)

RES(2) = SOME16(STAT,X,Y,PN)

30 IF (COMPT) GO TO 200

Y = X - 1

X = 1

RES(2) = RES(2) + SOME6(STAT,X,Y)

GO TO 200

40 IF (P - 1) 50 , 60 , 200

50 Y = JS(STAT)

RES(1) = 1 / (1 - PN) - SOME9(STAT,Y,P,PN)

X = 1

RES(2) = SOME13(STAT,X,Y,P,PN)

GO TO 200

60 RES(1) = SOME12(STAT,PN)

RES(2) = RES(1)

GO TO 200

200 RETURN

END

SUBROUTINE ELCOLL(IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,PN,PO,RES)

DIMENSION STAT(9) , IDENT(3) , RESAUX(2)  
REAL P , PN , PO , RES , MU , RESAUX , MOY , SOMF1  
INTEGER IDENT , I , J  
LOGICAL CAR , COMPT

IF (CAR) GO TO 30  
CALL FONCT(IDENT,STAT)  
MU = MOY(STAT)  
IF (PN = 1) 10 , 20 , 100  
10 CALL NEXTEX(IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,PN,RESAUX)  
GO TO 30  
20 CALL BOUCLE(IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,RESAUX)  
30 CALL INFECT(IDENT)  
CALL FONCT(IDENT,STAT)  
RES = 1 - SOMF1(STAT,0,0,PO)  
IF (CAR) RES = P \* RES  
IF (.NOT.CAR) RES = RESAUX(1) \* RES / MU  
100 RETURN  
END



SUBROUTINE VATRAV(IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,PN,PO,PK,RES)

DIMENSION IDENT(3)

REAL P , PN , PO , PK , RES

INTEGER IDENT , I , J

LOGICAL CAP , COMPT

CALL ZLCOLL(IDENT,P,CAR,I,J,COMPT,PN,PO,RES)

RES = PK + RES \* (1 - PK)

RETURN

END

SUBROUTINE COUTCD (IDENT,F,CAR,I,J,COMPT,RES)

DIMENSION STAT(9) , RES(2) , IDENT(3)  
 REAL P , RES , AUX , NOY , FO  
 REAL SOMF2 , SOMF6 , SOMF7 , SOMF14 , SOMF15  
 INTEGER IDENT , I , J , X , Y , Z , LIM , JS  
 LOGICAL CAR , COMPT

CALL FONCT(IDENT,STAT)

IF (J.GT.JS(STAT)) J = JS(STAT)

IF (.NOT.CAR) GO TO 90

IF (P - 1) 10 , 60 , 200

10 IF ((I.EQ.-1).AND.(J.EQ.-1)) GO TO 50

X = J

IF (J.EQ.-1) X = I - 1

Y = JS(STAT)

RES(1) = SOMF7(STAT,X,Y,P)

IF (COMPT) GO TO 20

Y = X

X = 1

AUX = SOMF6(STAT,X,Y,P)

GO TO 40

20 IF (I.NE.J) GO TO 30

AUX = SOMF6(STAT,I,I)

GO TO 40

30 IF ((I.EQ.-1).OR.(J.EQ.-1)) GO TO 80

X = I - 1

Y = J

AUX = SOMF7(STAT,X,Y,P)

GO TO 40

40 RES(1) = RES(1) + AUX

GO TO 80

50 X = 1

Y = JS(STAT)

Z = 0

RES(1) = SOMF15(STAT,X,Y,Z,P)

GO TO 80

60 IF (COMPT) GO TO 70

Y = J

IF (J.EQ.-1) Y = I - 1

RES(1) = SOMF14(STAT,Y)

GO TO 80

70 RES(1) = 0

80 RES(2) = RES(1)

GO TO 200

90 IF ((I.NE.-1).OR.(J.NE.-1)) GO TO 100

RES(1) = NOY(STAT)

RES(2) = 1 - FO(STAT)

GO TO 200

100 IF (I.NE.J) GO TO 110

X = I

Y = JS(STAT)

RES(2) = SOMF2(STAT,X,Y,P)

RES(1) = I \* RES(2)

GO TO 120

110 Y = J

IF (J.EQ.-1) Y = JS(STAT)

X = I

Z = I - 1

RES(1) = SOMF15(STAT,X,Y,Z,P)

```
      Z = 0
      RES(2) = SOMB15(STAT,X,Y,Z,P)
120    IF (COMPT) GO TO 200
      X = 1
      Y = I - 1
      RES(1) = RES(1) + SOMB6(STAT,X,Y)
      GO TO 200
200    RETURN
      END
```



SUBROUTINE PROBAP(IDENT,OP,TA,TE,N,RES)

DIMENSION IDENT(3) , TA(50) , TE(50) , TP(50) , STAT(9)  
 REAL RES , PROPEG , PROP , PR , STAT  
 INTEGER OP , TA , TE , IDENT , N , TYPE , NC , TP

CALL ACCTYP(IDENT,TYPE)

GO TO (60,60,60,30) TYPE

CALL ACCFCT(IDENT,STAT)

GO TO (10,20) OP

GO TO 200

10 RES = 1. / FLOAT(NC(STAT))

GO TO 200

20 RES = 1. - 1. / FLOAT(NC(STAT))

GO TO 200

30 GO TO (40,50) OP

GO TO 200

40 RES = PROPEG(TA,N)

GO TO 200

50 RES = PROPEG(TA,N)

GO TO 200

60 GO TO (70,80,90,100,110,120,130) OP

GO TO 200

70 RES = PROP(TA,TA,N,TYPE)

GO TO 200

80 RES = 1. - PROP(TA,TA,N,TYPE)

GO TO 200

90 CALL ACCPRP(TP,N,PR)

RES = PROP(TP,TA,N,TYPE) - PROP(TA,TA,N,TYPE)

GO TO 200

100 CALL ACCPRP(TP,N,PR)

RES = PROP(TP,TA,N,TYPE)

GO TO 200

110 CALL ACCPRP(TP,N,PR)

RES = 1. - PROP(TP,TA,N,TYPE)

GO TO 200

120 CALL ACCPRP(TP,N,PR)

RES = 1. - PROP(TP,TA,N,TYPE) + PROP(TA,TA,N,TYPE)

GO TO 200

130 RES = PROP(TA,TE,N,TYPE)

GO TO 200

200 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION PROPEG(TA,N)

DIMENSION TA(50) , T(50)

REAL PROPEG , PR

INTEGER TA , N , I

LOGICAL EGAL

CALL ACCPRP(T,N,PR)

10 IF (EGAL(T,TA,N)) GO TO 20

CALL ACCPRS(T,N,PR)

GO TO 10

20 CONTINUE

PROPEG = PR

RETURN

END

FUNCTION PROP(TA, TB, N, TYPE)

DIMENSION TA(50) , TB(50) , T(50) , TPR(50)

REAL PROP , PR , AUX , NBRVAL

INTEGER TA , TB , N , TYPE , T , IND , TPR

LOGICAL SUP

PROP = 0

CALL ACCPER(T, N, PR)

IF (SUP(TA, T, N, TYPE)) GO TO 10

CALL AFFECT(TA, T, N)

10 IF (SUP(T, TB, N, TYPE)) GO TO 200

20 CALL AFFECT(TPR, T, N)

CALL ACCPRS(T, N, PR)

IF (SUP(TA, T, N, TYPE)) GO TO 20

AUX = PR \* NBRVAL(TA, T, N, TYPE) / NBRVAL(TPR, T, N, TYPE)

CALL AFFECT(TPR, TA, N)

30 IF (.NOT.SUP(TB, T, N, TYPE)) GO TO 40

PROP = PROP + AUX

CALL AFFECT(TPR, T, N)

CALL ACCPRS(T, N, PR)

AUX = PR

GO TO 30

40 CONTINUE

AUX = AUX \* NBRVAL(TPR, TB, N, TYPE) / NBRVAL(TPR, T, N, TYPE)

PROP = PROP + AUX

200 RETURN

END



```
FUNCTION SCMP1(STAT,X,Y,P)
```

```
  DIMENSION STAT(9)
```

```
  REAL P , STAT , VALF , SCMP1
```

```
  INTEGER X , Y , K , LIM , L , I , J , N , IS , JS , NC
```

```
  SCMP1 = 0
```

```
  K = X
```

```
  I = IS(STAT)
```

```
  J = JS(STAT)
```

```
  N = NC(STAT)
```

```
  IF (X.LT.I) K = I
```

```
  LIM = 0
```

```
10  IF (K.GT.J) GO TO 40
```

```
  CALL FK (STAT,K,LIM,VALF)
```

```
  IF (VALF) 30,30,20
```

```
20  IF (K.LE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)
```

```
  IF (K.GT.Y) L = Y
```

```
  IF (K.LE.Y) L = K
```

```
  SCMP1 = SCMP1 + VALF * SCMP1(X,L,K,P,N)
```

```
30  K = LIM + 1
```

```
  GO TO 10
```

```
40  RETURN
```

```
  END
```

FUNCTION SOME2 (STAT,X,Y)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , VALF

INTEGER X , Y , LIM , K , I , IS

SOME2 = 0

K = X

I = IS(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.Y) GO TO 20

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (LIM.GT.Y) VALF = VALF \* (Y - K + 1) / (LIM - K + 1)

SOME2 = SOME2 + VALF

K = LIM + 1

GO TO 10

20 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION SOME3 (STAT,X,Y,P)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , P , VALF , PT

INTEGER X , Y , K , LIM , L , I , IS , J , JS , N , NC

SOME3 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (K.LI.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30,30,20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM) / 2)

IF (K.GT.Y) K = Y

K = K - X + 1

L = K

SOME3 = SOME3 + VALF \* PT(K,L,P,N)

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

RETURN

END



FUNCTION SOME4 (STAT,X,Y,P)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT, P, VALF, PI, SOMEPI

INTEGER X, Y, K, L, LIM, COEFF, IND, I, J, N

INTEGER IS, JS, NC

SOME4 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (X.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 50

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 40,40,20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM) / 2)

SOMEPI = 0

DO 30, IND = X, K

L = IND

COEFF = Y

IF (L.LT.Y) COEFF = L

COEFF = COEFF - X + 1

SOMEPI = SOMEPI + COEFF\* PI(K,L,P,N)

30 CONTINUE

SOME4 = SOME4 + VALF \* SOMEPI

40 K = LIM + 1

GO TO 10

50 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION SOME5 (STAT,X,Y)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , VALF

INTEGER X , Y , K , LIM , I , IS , J , JS

SOME5 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

IF (X.LT.1) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30 ,30, 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM) /2)

IF (Y.LT.K) K = Y

SOME5 = SOME5 + VALF \* (K - X + 1)

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

PETURN

END

FUNCTION SOME6 (STAT,X,Y)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , VALF

INTEGER X , Y , K , LIM , I , IS

SOME6 = 0

K = X

I = IS(STAT)

IF (K.LI.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.Y) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30, 30, 20

20 IF (LIM.GT.Y) VALF = VALF \* (Y - K + 1)/(LIM - K + 1)

IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

SOME6 = SOME6 + VALF \* K

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

RETURN

END



FUNCTION SOME7 (STAT,X,Y,P)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , P , VALF , SOME1 , SOME2 , SOMEI1 , SOMEI2

INTEGER X , Y , K , LIM , L , I , IS , N , NC

SOME7 = 0

K = X + 1

I = IS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.Y) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30, 30 , 20

20 IF (LIM.GT.Y) VALF = VALF \* (Y - K + 1)/(LIM - K + 1)

IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

L = X - 1

SOMEI1 = SOME1(0,L,K,P,N)

SOMEI2 = SOME2(X,K,P,N)

SOME7 = SOME7 + VALF \* (K \* SOMEI1 + X \* (K+1) \* SOMEI2)

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION SOMF8 (STAT,P)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , P , VALF , SOMPI , PI

INTEGER K , LIM , L , IND , I , IS , J , JS , N , NC

SOMF8 = 0

K = 2

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (K.LT.1) K = 1

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 50

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 40 , 40 , 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

SOMPI = 0

DO 30 , IND = 1 , K

L = IND

SOMPI = SOMPI + PI(K,L,P,N) \* (1 - L \* (K + 1)/(L + 1))

30 CONTINUE

SOMF8 = SOMF8 + VALF \* SOMPI

40 K = LIM + 1

GO TO 10

50 CONTINUE

RETURN

END

```
FUNCTION SOME9 (STAT,Y,P,PN)
```

```
  DIMENSION STAT(9)
```

```
  REAL STAT , P , PN , VALF, SOMPI , PI
```

```
  INTEGER K , LIM , L , A , I , IS , J , JS , N , MC , Y
```

```
  SOME9 = 0
```

```
  K = 0
```

```
  I = IS(STAT)
```

```
  J = JS(STAT)
```

```
  N = NC(STAT)
```

```
  IF (K.LT.I) K = I
```

```
  LIM = 0
```

```
10  IF (K.GT.0) GO TO 50
```

```
  CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)
```

```
  IF (VALF) 40 , 40 , 20
```

```
20  IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)
```

```
  SOMPI = 0
```

```
  DO 30 , IND = 0, K
```

```
    L = IND
```

```
    A = L
```

```
    IF (L.GT.Y) A = Y
```

```
    SOMPI = SOMPI + PI(K,L,P,IND) * PN ** A
```

```
30  CONTINUE
```

```
  SOME9 = SOME9 + VALF * SOMPI
```

```
40  K = LIM + 1
```

```
  GO TO 10
```

```
50  CONTINUE
```

```
  SOME9 = SOME9 / (1 - PN)
```

```
  RETURN
```

```
  END
```



FUNCTION SOMF10 (STAT,X,Y,P,PN)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , P , PL , VALF , SOMPI , PI

INTEGER X , Y , K , LIM , L , A , IND , I , J , N

INTEGER IS , JS , NC

SOMF10 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 50

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 40 , 40 , 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

SOMPI = 0

DO 30, IND = X , K

L = IND

A = L

IF (L.GT.Y) A = Y

A = A - X + 1

SOMPI = SOMPI + PI(K,L,P,N) \* (1 - PN \*\*A)

30 CONTINUE

SOMF10 = SOMF10 + VALF \* SOMPI

40 K = LIM + 1

GO TO 10

50 CONTINUE

SOMF10 = SOMF10 / (1 - PN)

RETURN

END

FUNCTION SOME11 (STAT,X,Y,PN)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , PI , VALF

INTEGER X , Y , K , LIM , I , IS , J , JS

SOME11 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

IF (K.LI.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30 , 30 , 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

IF (K.GT.Y) K = Y

SOME11 = SOME11 + VALF \* (1 - PN \*\* (K - X + 1) )

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

SOME11 = SOME11 / (1 - PN)

RETURN

END

FUNCTION SOME12 (STAT,PN)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , PN , VALF

INTEGER K , LIM , I , IS , J , JS

SOME12 = 1

K = 0

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30 , 30 , 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

SOME12 = SOME12 - VALF \* PN \*\* K

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

SOME12 = SOME12 / (1 - PN)

RETURN

END

FUNCTION SOME13 (STAT,Y,Y,P,PN)

A V. / 23

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT, P, PN, VALF, SOMP1, SOMP2, COEFF, SOMPI, PI

INTEGER X, Y, K, LIM, L, A, IND, I, J, N

INTEGER IS, JS, NC

SOME13 = 0

K = Y

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 70

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 60, 60, 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

L = X - 1

SOMPI = K \* SOMP1(0,L,K,P,N)

A = K

IF (K.GT.Y) A = Y

DO 30, IND = X, A

L = IND

COEFF = (K+1) \* (X-1 + 1/(1-PN))

COEFF = COEFF - (L - (1+K\*PN)/(1-PN)) \* PN \*\* (L-X+1)

SOMPI = SOMPI + COEFF \* PI(K,L,P,N) / (L+1)

30 CONTINUE

IF (K = Y - 1) 50, 40, 40

40 L = Y + 1

COEFF = (K+1) \* (X-1 + (1 - PN \*\* (Y-X+1))/(1-PN))

SOMPI = SOMPI + COEFF \* SOMP2(L,K,P,N)

50 SOME13 = SOME13 + VALF \* SOMPI

60 K = LIM + 1

GO TO 10

70 CONTINUE

RETURN

END



FUNCTION SOME14 (STAT,Y)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , VALF

INTEGER Y , K , LIM , I , IS

SOME14 = Y + 1

K = 0

I = IS(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.Y) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30 , 30 , 20

20 IF (LIM.GT.Y) VALF = VALF \* (Y - K + 1) / (LIM - K + 1)

IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM) / 2)

SOME14 = SOME14 - VALF \* (Y + 1 - K)

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION SOMF15 (STAT,X,Y,Z,P)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , P , VALF , SOMPI , PI

INTEGER X , Y , Z , K , LIM , L , IND , I , J , N

INTEGER IS , JS , NC

SOMF15 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

N = NC(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 50

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 40 , 40 , 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

IF (K.GT.Y) K = Y

K = K - X + 1

SOMPI = Z

DO 30, IND = 0, K-1

L = IND

SOMPI = SOMPI + PI(K,L,P,N) \* (K+1) / (K-L+1)

30 CONTINUE

L = K

SOMPI = SOMPI + K \* PI(K,L,P,N)

SOMF15 = SOMF15 + VALF \* SOMPI

40 K = LIM + 1

GO TO 10

50 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION SOME16 (STAT,X,Y,PN)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , PN , VALF

INTEGER X , Y , K , LIM , I , IS , J , JS

SOME16 = 0

K = X

I = IS(STAT)

J = JS(STAT)

IF (K.LT.I) K = I

LIM = 0

10 IF (K.GT.J) GO TO 40

CALL FK(STAT,K,LIM,VALF)

IF (VALF) 30 , 30 , 20

20 IF (K.NE.LIM) K = INT((K + LIM)/2)

IF (K.GT.Y) K = Y

K = K - X + 1

SOME16 = SOME16 + VALF \* (X - 1 + (1 - PN \*\* K)/(1 - PN))

30 K = LIM + 1

GO TO 10

40 CONTINUE

RETURN

END

SUBROUTINE FONCT (IDENT,STAT)

DIMENSION STAT(9) , IDENT(3)

REAL STAT , PARI

INTEGER IDENT , K

CALL ACCECT(IDENT,STAT)

IF (PARI(STAT) + 1) 20 , 10 , 20

10 CALL CALPAR(STAT)

CALL ECRIT(IDENT,STAT)

20 CONTINUE

RETURN

END



## SUBROUTINE CALPAP (STAT)

```

  DIMENSION STAT(9)

```

```

  REAL STAT , Z , F , X , X0 , D , P , G

```

```

  REAL MU , P1 , P2 , MOY , F0 , PAR1

```

```

  INTEGER COEFF , I , J , K , T , TYP , JS , IS , K0

```

```

  Z = 1 / FLOAT(10 ** 6)

```

```

  T = TYP(STAT)

```

```

  GO TO (10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130) T

```

```

  GO TO 310

```

```

10  I = 0

```

```

  J = JS(STAT)

```

```

  P1 = MOY(STAT) / J

```

```

  F = (1 - P1) ** J

```

```

  GO TO 210

```

```

20  P = 1 / (1 + MOY(STAT))

```

```

  P1 = P

```

```

  F = P

```

```

  I = 0

```

```

  J = INT((ALOG(Z) - ALOG(P)) / ALOG(1-P) + 0.5) + 1

```

```

  GO TO 200

```

```

30  P = 1 / MOY(STAT)

```

```

  F = 0

```

```

  P1 = P

```

```

  I = 1

```

```

  J = INT((ALOG(Z) - ALOG(P)) / ALOG(1-P) + 0.5) + 2

```

```

  GO TO 200

```

```

40  MU = MOY(STAT)

```

```

  F = EXP(-MU)

```

```

  I = 0

```

```

  P1 = 0

```

```

  COEFF = 5

```

```

  IF (MU.LT.40) COEFF = 6

```

```

  IF (MU.LT.9) COEFF = 7

```

```

  IF (MU.LT.5) COEFF = 8

```

```

  J = INT(MU + COEFF * SORT(MU) + 0.5)

```

```

  GO TO 200

```

```

50  I = IS(STAT)

```

```

  J = JS(STAT)

```

```

  P = 1 / FLOAT(J - I + 1)

```

```

  P1 = P

```

```

  MU = FLOAT(I + J) / 2

```

```

  F = 0

```

```

  IF (I.EQ.0) F = P

```

```

  GO TO 220

```

```

60  I = 0

```

```

  J = JS(STAT)

```

```

  F = F0(STAT)

```

```

  P1 = (1 - F) / J

```

```

  MU = (1 - F) * (J + 1) / 2

```

```

  GO TO 230

```

```

70  MU = MOY(STAT)

```

```

  I = 0

```

```

  J = INT(2 * MU + 0.5)

```

```

  P = 1 / (2 * MU + 1)

```

```

  P1 = P

```

```

  F = P

```

```

  GO TO 200

```

```

80  MU = MOY(STAT)

```

```

I = 1
J = INT(2 * MU + 0.5) - 1
P1 = 1 / (2 * MU - 1)
F = 0
GO TO 200
90  I = 0
    F = 1 - F0(STAT)
    MU = MOY(STAT)
    J = JS(STAT)
    X = MU / (MU - F)
    X0 = 0
92  IF (ABS(X - X0).LE.Z) GO TO 94
    X0 = X
    X = J * (MU - F) * X0 ** (J + 1)
    X = X - (J - 1) * MU * X0 ** J
    X = X - MU + J * F
    D = (J + 1) * (MU - F) * X0 ** J
    D = D - MU * J * X0 ** (J - 1)
    D = D - MU + F * (J + 1)
    X = X / D
    GO TO 92
94  CONTINUE
    P1 = X
    P2 = F * (X-1) * X ** J / (X ** J - 1)
    GO TO 250
100  I = 0
    F = 1 - F0(STAT)
    MU = MOY(STAT)
    K = KO(STAT)
    J = JS(STAT)
    X = MU / (MU - F)
    X0 = 0
    P = MU - K * F
102 IF (ABS(X - X0).LE.Z) GO TO 104
    X0 = X
    X = K * P * X0 ** (K + 1)
    X = X - (K - 2) * P * X0 ** (K - 1)
    X = X - MU + F
    D = (K + 1) * P * X0 ** K
    D = D - (K - 1) * P * X0 ** (K - 2)
    D = D - MU
    X = X / D
    GO TO 102
104 CONTINUE
    X0 = 0
    Q = MU - J * F
106 IF (ABS(X - X0).LE.Z) GO TO 108
    X0 = X
    X = J * P * X0 ** (J + 1)
    X = X - (J - 2) * P * X0 ** (J - 1)
    X = X - (J - K) * MU * X0 ** (J - K + 1)
    X = X + (J - K - 1) * (MU - F) * X0 ** (J - K)
    X = X - (K - 1) * (Q - F) * X0 ** K
    X = X + (K - 2) * Q * X0 ** (K - 1)
    D = (J + 1) * P * X0 ** J
    D = D - (J - 1) * P * X0 ** (J - 2)
    D = D - (J - K + 1) * MU * X0 ** (J - K)
    D = D + (J - K) * (MU - F) * X0 ** (J - K - 1)
    D = D - K * (Q - F) * X0 ** (K - 1)
    D = D + (K - 1) * Q * X0 ** (K - 2)

```

```

X = X / D
GO TO 106
108 CONTINUE
P1 = X
D = X ** (J - 1) * (X+1) - X ** (J - K) - X ** (K - 1)
P2 = F * (X - 1) * X ** (J - 1) / D
GO TO 250
110 I = 0
F = 1 - F0(STAT)
MU = MOY(STAT)
J = JS(STAT)
K = KO(STAT)
P = 2 * MU - F * K
Q = MU - J * F
X = (P + F) / (P - F)
X0 = 0
112 IF (ABS(X - X0).LE.Z) GO TO 114
X0 = X
X = (J + 1) * K * (P - F) * X0 ** (J + 2)
X = X - 2 * J * K * P * X0 ** (J + 1)
X = X + (J - 1) * K * (P + F) * X0 ** J
X = X - 2 * K * (Q - F) * X0 ** (K + 1)
X = X + 2 * (K - 1) * Q * X0 ** K
X = X - 2 * Q
D = (J + 2) * K * (P - F) * X0 ** (J + 1)
D = D - 2 * (J + 1) * K * P * X0 ** J
D = D + J * K * (P + F) * X0 ** (J - 1)
D = D - 2 * (K + 1) * (Q - F) * X0 ** K
D = D + 2 * K * Q * X0 ** (K - 1)
D = D + 2 * (Q - F)
X = X / D
GO TO 112
114 CONTINUE
P1 = X
D = K * (X - 1) * X ** J - X ** K + 1
P2 = F * (X - 1) * X ** J / D
GO TO 250
120 MU = MOY(STAT)
F = F0(STAT)
I = 0
J = 1
IF (MU.EQ.-1) MU = 1 - F
IF (F.EQ.-1) F = 1 - MU
P1 = MU
GO TO 190
130 F = 1 - F0(STAT)
MU = MOY(STAT)
I = 0
J = 2
P1 = 2 * F - MU
P2 = MU - F
GO TO 240
190 CALL ECMOY(STAT,MU)
200 CALL ECJS(STAT,J)
210 CALL ECFO(STAT,F)
CALL ECIS(STAT,I)
GO TO 300
220 CALL ECFO(STAT,F)
CALL ECMOY(STAT,MU)
GO TO 300

```

```
230  CALL ECIS(STAT,I)
      CALL ECMOY(STAT,MU)
      GO TO 300
240  CALL ECOS(STAT,J)
250  CALL ECIS(STAT,I)
      CALL ECPAR2(STAT,P2)
300  CALL ECPAR1(STAT,P1)
310  RETURN
      END
```



SUBROUTINE FK (STAT,K,LIM,VALF)

DIMENSION STAT(9) , SEG(3)  
 REAL STAT , SEG , VALF , AUX , HU , F , P  
 REAL SOREX , MOY , FO , PAR1 , PAR2 , VAL , CHM  
 INTEGER K , LIM , MAXPRE , LC , MAX , VALK , IND  
 INTEGER T , MC , J , KM , TYP , KO , JS , MAXCL

```

T = TYP(STAT)
IF (T) 500 , 10 , 120
10 IF (LIM) 500 , 30 , 20
20 CALL ACCSVT(SEG)
   LIM = MAXCL(SEG)
   VALF = VAL(SEG)
   GO TO 500
30 F = FO(STAT)
   IF (K-1) 40 , 60 , 80
40 IF (F) 80 , 50 , 50
50 VALF = F
   GO TO 500
60 IF (F) 80 , 70 , 70
70 MAXPRE = 0
   GO TO 90
80 MAXPRE = IS(STAT) - 1
90 CALL ACCPRM(SEG)
   MC = MAXCL(SEG)
100 IF (K.LE.MC) GO TO 110
   MAXPRE = MC
   CALL ACCSVT(SEG)
   MC = MAXCL(SEG)
   GO TO 100
110 LIM = MC
   VALF = (VAL(SEG) * (LIM - K + 1)) / (LIM - MAXPRE)
   GO TO 500
120 IF (K) 500 , 130 , 140
130 LIM = 0
   VALF = FO(STAT)
   GO TO 500
140 P = PAR1(STAT)
   J = JS(STAT)
   GO TO (190,190,190,190,160,160,160,160,190,190,190,150,150) T
   GO TO 500
150 LIM = K
   IF (K.FG.1) VALF = P
   IF (K.FG.2) VALF = PAR2(STAT)
   GO TO 500
160 IF (J - 30) 170 , 170 , 180
170 LIM = K
   VALF = P
   GO TO 500
180 LC = INT(J/30) + 1
   LIM = K + LC - 1
   IF (LIM.GT.J) LIM = J
   VALF = P * (LIM - K + 1)
   GO TO 500
190 IF (J - 30) 200 , 200 , 210
200 LIM = K
   GO TO 290
210 LC = INT((J - 9) / 21) + 1
   GO TO (220,230,230,240) T

```

```

      GO TO (230,250,250) (T - 8)
      GO TO 500
220    MAX = INT((MOY(STAT) * (J + 1)) / J)
      GO TO 260
230    MAX = 0
      GO TO 260
240    MAX = INT(MOY(STAT))
      GO TO 260
250    KM = KO(STAT)
      MAX = KM
260    IF (MAX.LE.4) MAX = 5
      IF (K.GE.(MAX-4)) GO TO 270
      LIM = K + LC - 1
      IF (LIM.GT.(MAX-5)) LIM = MAX - 5
      GO TO 290
270    IF (K.GT.(MAX+4)) GO TO 280
      LIM = K
      GO TO 290
280    LIM = K + LC - 1
      IF (LIM.GT.J) LIM = J
290    GO TO (300,310,320,330) T
      GO TO (360,370,410) (T - 8)
      GO TO 500
300    VALK = INT((K + LIM)/2)
      AUX = CHN(J,VALK)
      VALF = AUX * P ** VALK * (1 - P) ** (J - VALK)
      VALF = VALF * (LIM - K + 1)
      GO TO 500
310    VALF = (1 - P) ** K - (1 - P) ** (LIM + 1)
      GO TO 500
320    VALF = (1 - P) ** (K - 1) - (1 - P) ** LIM
      GO TO 500
330    AUX = FO(STAT)
      MU = MOY(STAT)
      DO 340 , IND = 1 , K
      AUX = AUX * MU / IND
340    CONTINUE
      VALF = AUX
      DO 350 , IND = (K+1) , LIM
      AUX = AUX * MU / IND
      VALF = VALF + AUX
350    CONTINUE
      GO TO 500
360    AUX = 1 / P
      VALF = SOMFX(AUX,K,LIM) * PAR2(STAT)
      GO TO 500
370    KM = KO(STAT)
      IF (KM - K) 380 , 390 , 390
380    AUX = 1 / P
      VALF = SOMEX(AUX,K,LIM) * P ** KM
      GO TO 400
390    AUX = P
      VALF = SOMEX (AUX,K,LIM) / P ** KM
400    VALF = VALF * PAR2(STAT)
      GO TO 500
410    KM = KO(STAT)
      AUX = 1 / P
      IF (KM - K) 430 , 420 , 420
420    VALF = LIM - K + 1 - SOMFX(AUX,K,LIM)
      GO TO 440

```

```
430  VALF = SONEX(AUX,K,LIN) * (P ** KM - 1)
440  VALF = VALF * PAR2(STAT)
      GO TO 500
500  RETURN
      END
```

FUNCTION SOMEX (VAL,M,N)

REAL VAL , AUX  
INTEGER M , N , IND

AUX = VAL \*\* N  
SOMEX = AUX  
DO 10 , IND = (M+1) , N  
AUX = AUX \* VAL  
SOMEX = SOMEX + AUX  
10 CONTINUE  
RETURN  
END



FUNCTION SOMPI (I,J,K,P,N)

REAL P , PI

INTEGER I , J , K , N , L , IND

SOMPI = 0

DO 10, IND = I , J

L = IND

SOMPI = SOMPI + PI(K,L,P,N)

10 CONTINUE

RETURN

END

```
FUNCTION SOMP2 (I,J,P,N)
```

```
REAL P , PI
```

```
INTEGER I , J , N , L , IND
```

```
SOMP2 = 0
```

```
DO 10, IND = 1 , J
```

```
L = IND
```

```
SOMP2 = SOMP2 + PI(J,L,P,N) / (L+1)
```

```
10 CONTINUE
```

```
RETURN
```

```
END
```

FUNCTION PI (K,L,P,N)

REAL P , CMN

INTEGER K , L , N , M , I

IF (P.EQ.1.) GO TO 20

IF (((P.LE.0.1).OR.(N.LE.500)).AND.(K.GE.(N/5))) GO TO 10

PI = CMN(K,L) \* P \*\* L \* (1.-P) \*\* (K-L)

GO TO 20

10 M = INT(N \* P)

IF (M.LT.L) GO TO 30

PI = CMN(M,L) / CMN(M,K)

M = N - M

I = K - L

IF (M.LT.I) GO TO 30

PI = PI \* CMN(M,I)

GO TO 100

20 IF (K.NE.L) GO TO 30

PI = 1.

GO TO 100

30 PI = 0.

100 CONTINUE

RETURN

END

FUNCTION CMN (M,N)

A V / 39

INTEGER M , N , K , L  
REAL A , AUX

```
10 IF (M - 40) 10 , 10 , 30
   K = N
   IF (K.GT.(M-N)) K = M - N
   CMN = 1.
   DO 20 , L = 1 , K
   CMN = (CMN * (M - K + L)) / L
20 CONTINUE
   GO TO 40
30 A = 2. * 3.141592
   AUX = 12. * SQRT(FLOAT(N * (M-N)) / (M*A))
   AUX = AUX / (1. + FLOAT(144 * N * (M-N)) / FLOAT(12 * M + 1))
   AUX = AUX * (FLOAT(M-N) / FLOAT(N)) ** N
   AUX = AUX * (FLOAT(M) / FLOAT(M-N)) ** M
   CMN = AUX
40 CONTINUE
   RETURN
END
```



FUNCTION SUP(T1,T2,N,TYPE)

DIMENSION T1(50) , T2(50)

REAL A , B

INTEGER T1 , T2 , N , TYPE , IND

LOGICAL SUP

GO TO (10,20,30) TYPE

GO TO 200

10 A = T1(1) \* 10. \*\* T1(2)

B = T2(1) \* 10. \*\* T2(2)

SUP = A.GT.B

GO TO 200

20 SUP = T1(1).GT.T2(1)

GO TO 200

30 IND = 1

40 IF ((T1(IND).NE.T2(IND)).OR.(IND.EQ.N)) GO TO 50

IND = IND + 1

GO TO 40

50 CONTINUE

SUP = T1(IND).GT.T2(IND)

GO TO 200

200 RETURN

END

FUNCTION EGAL(T1,T2,N)

DIMENSION T1(50) , T2(50)  
INTEGER T1 , T2 , N , IND  
LOGICAL EGAL

IND = 1  
10 IF ((T1(IND).NE.T2(IND)).OR.(IND.EQ.N)) GO TO 20  
IND = IND + 1  
GO TO 10  
20 CONTINUE  
EGAL = T1(IND).EQ.T2(IND)  
RETURN  
END

SUBROUTINE AFFECT(T1,T2,N)

DIMENSION T1(50) , T2(50)  
INTEGER T1 , T2 , N , IND

DO 10 , IND = 1 , N

T1(IND) = T2(IND)

10 CONTINUE

RETURN

END

```

FUNCTION NBRVAL(T1,T2,N,TYPE)

DIMENSION T1(50) , T2(50)
REAL NBRVAL
INTEGER T1 , T2 , N , TYPE , IND , K , AUX

GO TO (10,20,30) TYPE
GO TO 200
10  NBRVAL = T2(1) * 10. ** T2(2) - T1(1) * 10 ** T1(2)
GO TO 200
20  NBRVAL = T2(1) - T1(1) + 1
GO TO 200
30  K = 27
IND = 1
40  IF ((T1(IND).NE.T2(IND)).OR.(IND.EQ.N)) GO TO 50
IND = IND + 1
GO TO 40
50  CONTINUE
AUX = (T2(IND) - T1(IND) - 1)
NBRVAL = 2. + FLOAT(AUX * K ** (N - IND))
60  IF (IND.EQ.N) GO TO 70
IND = IND + 1
AUX = K - 1 - T1(IND) + T2(IND)
NBRVAL = NBRVAL + FLOAT(AUX * K ** (N - IND))
GO TO 60
70  CONTINUE
GO TO 200
200 RETURN
END

```



INTEGER FUNCTION TYP(STAT)

A V / 44

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT

TYP = INT(STAT(1) + 0.5)

RETURN

END

```
REAL FUNCTION MOY(STAT)
```

```
  DIMENSION STAT(9)
```

```
  REAL STAT
```

```
  MOY = STAT(2)
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

REAL FUNCTION FO(STAT)

A V / 46

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT

FO = STAT(3)

RETURN

END

INTEGER FUNCTION KO(STAT)

A V./ 47

DIMENSION STAT(9)  
REAL STAT

KO = INT(STAT(4) + 0.5)  
RETURN  
END



```
REAL FUNCTION PAP1(STAT)
```

```
  DIMENSION STAT(9)
```

```
  REAL STAT
```

```
  PAR1 = STAT(5)
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

REAL FUNCTION PAR2(STAT)

A V / 49

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT

PAR2 = STAT(6)

RETURN

END

INTEGER FUNCTION IS(STAT)

A V / 50

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT

IS = INT(STAT(7) + 0.5)

RETURN

END

INTEGER FUNCTION JS(STAT)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT

JS = INT(STAT(8) + 0.5)

RETURN

END



```
SUBROUTINE ECHOY(STAT,P)
```

```
  DIMENSION STAT(9)  
  REAL STAT , P
```

```
  STAT(2) = P  
  RETURN  
END
```

```
SUBROUTINE ECF0(STAT,P)
```

```
  DIMENSION STAT(9)  
  REAL STAT , P
```

```
  STAT(3) = P
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

SUBROUTINE ECPAR1(STAT,P)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT , P

STAT(5) = P

RETURN

END

```
SUBROUTINE ECPAR2(STAT,P)
```

```
  DIMENSION STAT(9)  
  REAL STAT , P
```

```
  STAT(6) = P  
  RETURN  
  END
```



```
SUBROUTINE ECIS(STAT,K)
```

```
  DIMENSION STAT(9)
```

```
  REAL STAT
```

```
  INTEGER K
```

```
  STAT(7) = FLOAT(K)
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

SUBROUTINE ECJS(STAT,K)

DIMENSION STAT(9)

REAL STAT

INTEGER K

STAT(8) = FLOAT(K)

RETURN

END

INTEGER FUNCTION MAXCL(SEG)

DIMENSION SEG(3)

REAL SEG

MAXCL = INT(SEG(2) + 0.5)

RETURN

END

REAL FUNCTION VAL(SEG)

A V / 59

DIMENSION SEG(3)

REAL SEG

VAL = SEG(3)

RETURN

END